

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет
имени Н. И. Вавилова»

ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

краткий курс лекций

для студентов 2 курса

Направление подготовки

35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции

Профиль подготовки

Технологии пищевых производств в АПК

Саратов 2018

УДК 664:532.135

ББК 36

М79

Гидромеханические процессы в пищевой промышленности /краткий курс лекций для студентов 2 курса направления подготовки 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции / Сост.: Н.Л. Моргунова // ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ». – Саратов, 2018. – 82 с.

Краткий курс лекций по дисциплине «Гидромеханические процессы в пищевой промышленности» составлен в соответствие с рабочей программой дисциплины и предназначен для студентов направления подготовки 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции. Краткий курс лекций содержит теоретический материал по основным вопросам дисциплины. Курс лекций направлен на формирование у студентов профессиональной компетенции управления действующими технологическими линиями (процессами) и выявления объектов для улучшения технологии пищевых производств.

© Моргунова Н.Л., 2018

© ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ», 2018

Содержание

Лекция 1. Теоретические основы гидромеханических процессов.

1. Методы исследования.
2. Модели сплошной среды.
3. Физические свойства жидкостей.
4. Гидромеханические процессы пищевых производств.

Лекция 2. Гидростатика.

1. Силы, действующие в реальной жидкости.
2. Дифференциальное уравнение равновесия Эйлера. Основные уравнения гидростатики.

Лекция 3. Силы давления.

1. Определение силы давления на различные стенки.
2. Закон Паскаля.
3. Геометрическая и физическая интерпретация основного уравнения гидростатики.
4. Закон сообщающихся сосудов.
5. Закон Архимеда

Лекция 4. Кинематика жидкости.

1. Методы описания и виды движения жидкости.
2. Линии тока в жидкости.
3. Элементарная струйка. Поток жидкости и его элементы. Живое сечение. Смоченный периметр.
4. Напорные и безнапорные потоки.
5. Гидравлический радиус. Эквивалентный диаметр. Расход и средняя скорость.
6. Уравнение неразрывности жидкости и газов

Лекция 5. Моделирование и подобие гидравлических явлений

1. Виды моделирования.
2. Теория подобия.
3. Критерии гидродинамического подобия.
4. Режимы движения жидкостей.

Лекция 6. Динамика жидкостей.

1. Энергия и работа
2. Динамика идеальной жидкости
3. Динамика реальной (вязкой жидкости)
4. Режимы движения жидкостей

Лекция 7. Гидравлические сопротивления.

1. Физическая природа гидравлических сопротивлений.
2. Гидравлические сопротивления в уравнении Бернулли.
3. Потери по длине. Формула Дарси-Вейсбаха.
4. Местные потери. Формула Вейсбаха.
5. Гидравлически гладкие и шероховатые трубы.
6. Рекомендации для расчетов трубопроводного транспорта пищевых производств.

Лекция 8. Истечение жидкости через отверстия и насадки в технологическом оборудовании.

1. Общие понятия истечения жидкости.
2. Истечение жидкости через отверстие.
3. Истечение жидкости через насадок.
4. Сравнение истечения через отверстие и внешний цилиндрический насадок.
5. Истечение жидкости при переменном напоре.

Лекция 9. Гидравлический удар в трубопроводе

Гидравлический удар в трубопроводе. Повышение давления при гидроударе. Скорость распространения ударной волны. Прямой и не прямой гидроудар. Меры борьбы с гидроударом

.

Лекция 1. Теоретические основы гидромеханических процессов.

1. Методы исследования.
2. Модели сплошной среды.
3. Физические свойства жидкостей.
4. Гидромеханические процессы пищевых производств.

1. Введение. Методы исследования.

При изучении гидромеханических процессов необходимо изучить следующие составные части: гидростатику, изучающую законы равновесия жидкости; кинематику, описывающую основные элементы движущейся жидкости и гидродинамику, изучающую основные законы движения жидкости и раскрывающую причины её движения.

Большой практический интерес к изучению механики жидкости вызван рядом объективных факторов. В-первых, наличие в природе значительных запасов жидкостей, которые легко доступны человеку. Во-вторых, жидкие тела обладают рядом полезных свойств, делающих их удобными рабочими агентами в практической деятельности человека. Немаловажным следует считать и тот фактор, что большинство жизненно важных химических реакций обмена протекают в жидкой фазе (чаще всего в водных растворах).

По этим причинам особый интерес человек проявил к жидкостям на самой ранней стадии своего развития. Вода и воздух (иначе жидкость и газ) были отнесены к числу основных стихий природы уже первобытным человеком. История свидетельствует об успешном решении ряда практических задач с использованием жидкостей уже на самых ранних стадиях развития человека. Первым же научным трудом по гидравлике следует считать трактат Архимеда «О плавающих телах» (250 г. до н. э.). Однако в дальнейшем на протяжении нескольких столетий в развитии человечества наступила эпоха всеобщего застоя, когда развитие знаний и практического опыта находились на весьма низком уровне. В последующую за этим эпоху возрождения началось бурное развитие человеческих знаний, науки, накопление практического опыта. Наравне с развитием других наук начала развиваться и наука об изучении взаимодействия жидких тел.

Первыми крупными работами в этой области следует считать работы Леонардо да Винчи (1548-1620) - в области плавания тел, движения жидкостей по трубам и каналам. В работах Галилео Галилея (1564-1642) были сформулированы основные принципы равновесия и движения жидкости; работы Эванджелиста Торичелли (1604-1647) были посвящены решению задач по истечению жидкости из отверстий, а Блез Паскаль (1623-1727) исследовал вопросы по передаче давления в жидкости. Основополагающие и обобщающие работы в области механики физических тел, в том числе и жидких, принадлежат гениальному английскому физику Исааку Ньютону (1643-1727), который впервые сформулировал основные законы механики, закон всемирного тяготения и закон о внутреннем трении в жидкостях при их движении.

Развитию гидромеханики (гидравлики) как самостоятельной науки в значительной степени способствовали труды русских учёных Даниила Бернулли (1700-1782), Леонарда Эйлера (1707-1783), М.В. Ломоносова (1711-1765). Работы этих великих русских учёных обеспечили настоящий прорыв в области изучения жидких тел: ими впервые были опубликованы дифференциальные уравнения равновесия и движения жидкости Эйлера, закон сохранения энергии Ломоносова, уравнение запаса удельной энергии в идеальной жидкости Бернулли.

Развитию гидравлики как прикладной науки и сближению методов изучения теоретических и практических вопросов используемых гидравликой и гидромеханикой способствовали работы французских учёных Дарси, Буссинэ и др., а также работы Н.Е. Жуковского. Благодаря трудам этих учёных, а также более поздним работам Шеши, Вейсбаха, Прандтля удалось объединить теоретические исследования гидромеханики с практическими и экспериментальными работами, выполненными в гидравлике. Работы Базена, Пуазейля, Рейнольдса, Фруда, Стокса и др. развили учение о динамике реальной (вязкой жидкости). Дифференциальное уравнение Навье - Стокса позволило описать движение реальной жидкости как функцию параметров этой жидкости в зависимости от внешних условий. Дальнейшие работы в области теоретической и прикладной гидромеханики были направлены на развитие методов решения практических задач, развитие новых методов исследования, новых направлений: теория фильтрации, газо- и аэродинамика и др.

Многие технологические процессы связаны с движением жидкостей, газов и паров; перемешиванием в жидких средах; разделением неоднородных смесей путем отстаивания, фильтрования и центрифугирования.

Скорость всех указанных физических процессов определяется законами гидромеханики. Поэтому такие процессы называются гидромеханическими.

Раздел механики, в котором изучают равновесие и движение жидкости, а также силовое взаимодействие между жидкостью и обтекаемыми ею поверхностями, называют гидромеханикой. Если же помимо жидкостей изучают движение газов и обтекание ими тел, то науку называют аэрогидродинамикой. Законы гидромеханики и их практическом приложении изучаются в гидравлике.

Гидравлика - наука о законах равновесия и движения жидкостей и о способах приложения этих законов к решению практических задач. В гидравлике рассматривают потоки жидкости, ограниченные и направленные твердыми стенками, т.е. течения в открытых и закрытых руслах (каналах). В понятие «русло» или «канал» включают поверхности (стенки), которые ограничивают и направляют поток, следовательно, не только русла рек, каналов, но и различные трубопроводы, насадки, элементы гидромашин и других устройств, внутри которых протекает жидкость.

Таким образом, можно сказать, что в гидравлике изучают в основном внутренние течения жидкостей и решают так называемую внутреннюю задачу.

Гидравлика состоит из двух разделов: гидростатики и гидродинамики. В гидростатике изучаются законы равновесия жидкостей и воздействие покоящихся жидкостей на погруженные в них тела и поверхности, ограничивающие жидкости, а в гидродинамике – законы движения жидкостей и воздействие их на обтекаемые ими тела. Гидродинамические закономерности лежат в основе гидромеханических процессов и определяют эффективность протекания тепломассообменных и биохимических процессов.

Гидравлика дает методы расчета и проектирования разнообразных гидротехнических сооружений (плотин, каналов, водосливов, трубопроводов для подачи всевозможных жидкостей), гидромашин (насосов, гидротурбин, гидропередатчиков), а также других гидравлических устройств, применяемых во многих областях техники. Особенно велико значение гидравлики в машиностроении, где приходится иметь дело с закрытыми руслами (например, трубами) и напорными течениями в них, т.е. с потоками без свободной поверхности и с давлением, отличным от атмосферного.

Задачи дисциплины:

- знание законов гидравлики и гидромашин;
- умение использовать законы гидравлики при выполнении инженерных расчетов гидросистем и технологических трубопроводов, а также при подборе насоса для конкретных условий

При решении практических вопросов гидравлика оперирует всеми известными методами исследований: методом анализа бесконечно малых величин, методом средних величин, методом анализа размерностей, методом аналогий, экспериментальным методом.

Метод анализа бесконечно малых величин - наиболее удобный из всех методов для количественного описания процессов равновесия и движения жидкостей и газов. Этот метод наиболее эффективен в тех случаях, когда приходится рассматривать движение объектов на атомно-молекулярном уровне, т.е. в тех случаях, когда для вывода уравнений движения приходится рассматривать жидкость (или газ) с молекулярно-кинетической теории строения вещества. Основным недостатком метода - довольно высокий уровень абстракции, что требует от читателя обширных знаний в области теоретической физики и умение пользоваться различными методами математического анализа, включая векторный анализ.

Метод средних величин - является более доступным методом, поскольку его основные положения базируются на простых (близких к обыденным) представлениях о строении вещества.

При этом выводы основных уравнений в большинстве случаев не требуют знаний молекулярно-кинетической теории, а результаты, полученные при исследованиях, этим методом не противоречат «здравому смыслу» и кажутся обоснованными. Недостаток этого метода исследований связан с необходимостью иметь некоторые априорные представления о предмете исследований.

Метод анализа размерностей может рассматриваться в качестве одного из дополнительных методов исследований и предполагает всестороннее знание изучаемых физических процессов.

Методом аналогий - используется в тех случаях, когда имеются в наличии детально изученные процессы, относящиеся к тому же типу взаимодействия вещества, что и изучаемый процесс.

Экспериментальный метод является основным методом изучения, если другие методы по каким-либо причинам не могут быть применены. Этот метод также часто используется как критерий для подтверждения правильности результатов полученных другими методами.

В конечном счёте, метод изучения движения жидкости, а также уровень изучения (макро или микро) выбирается из условий практической постановки задач и соотношения характерных размеров. Основным мерилем для этих характерных размеров может быть длина свободного пробега молекул. Так для изучения движения жидкости на макро уровне необходимо, чтобы характерные размеры: L (некоторая длина) и d (ширина) по отношению к длине свободного пробега молекул λ , находились в соответствии: $L \gg \lambda$, и $d \ll \lambda$

2. Модели сплошной среды.

Чтобы представить и правильно понять характер поведения жидкости в различных условиях необходимо обратиться к некоторым представлениям классической физики о жидкости как физическом теле. Не ставя перед собой цель детального и всестороннего описания жидких тел, что подробно рассматривается в классическом курсе физики, напомним лишь некоторые положения, которые могут пригодиться при изучении гидравлики как самостоятельной дисциплины.

Так, согласно молекулярно-кинетической теории строения вещества все физические тела в природе (независимо от их размеров) находятся в постоянном взаимодействии между собой. Степень (интенсивность) взаимодействия зависит от масс этих тел и от расстояния между телами. Количественной мерой взаимодействия тел является сила, которая пропорциональна массе тел и всегда будет убывать при увеличении расстояния между телами. В зависимости от размеров тел (элементарные частицы, атомы и молекулы, макротела) характер взаимодействия будет различным. Согласно классическим представлениям физики можно выделить четыре вида взаимодействия тел. Каждый вид взаимодействия обусловлен наличием своего переносчика взаимодействия.

- ядерное (между нуклонами атомного ядра);
- слабое (при распаде некоторых элементарных частиц);
- электромагнитное (между частицами, имеющими электрический заряд);
- гравитационное (между любыми частицами).

Два вида взаимодействия относятся к типу дальнедействующих и повседневно наблюдаются человеком: *гравитационное и электромагнитное*. При электромагнитном взаимодействии происходит процесс излучения и поглощения фотонов. Именно этот процесс порождает электромагнитные силы, под действием которых протекают практически все процессы в природе, которые мы наблюдаем. Характерной особенностью этого (электромагнитного) взаимодействия является то, что его проявление зависит от многих внешних условий, которые приводят к различным наблюдаемым результатам. Так имея одну и ту же природу взаимодействия (электромагнитную) мы изучаем, на первый взгляд, совершенно разные физические процессы: движение жидкости, трение, упругость, передачу тепла, движение зарядов в электрическом поле и т.д. И, как следствие, дифференциальные уравнения, описывающие эти процессы, одинаковые.

Согласно молекулярно-кинетической теории строения вещества молекулы находятся в равновесии и, как материальные объекты постоянно взаимодействуют друг с другом. Такое

равновесие нельзя считать абсолютным, т.к. молекулы находятся в состоянии хаотического движения (колебания) вокруг центра своего равновесия. Расстояния между молекулами вещества будут зависеть от величин сил действующих на молекулы. Независимо от природы действующих сил их можно сгруппировать на силы притяжения и силы отталкивания.

Условие равновесия этих сил определяет оптимальные расстояния между молекулами. Однако, в связи с тем, что такое равновесие между действующими силами является динамическим равновесием, молекулы находятся в постоянном колебательном движении относительно друг друга, испытывая при этом действие некоторой равнодействующей силы порождаемой силами притяжения и отталкивания. Поэтому особенности состояния вещества будут зависеть от соотношения между кинетической энергией колебательного движения молекул вещества и энергией взаимодействия между молекулами вещества. Так при больших массах молекул энергия взаимодействия между молекулами многократно превышает кинетическую энергию колебательного движения вещества, вследствие чего молекулы вещества занимают устойчивое положение относительно друг друга, обеспечивая тем самым постоянство формы и размеров макротела. Такие вещества, как известно, относятся к категории твёрдых тел. Противоположными особенностями характеризуются вещества, состоящие из «лёгких» молекул (молекул обладающих малой массой). Такие вещества обладают кинетической энергией колебательного движения молекул вещества превышающей многократно энергию взаимодействия между молекулами, из которых вещество состоит. По этой причине молекулы такого вещества имеют очень слабую связь между собой и легко перемещаются в пространстве на любые расстояния. Такое свойство вещества носит название диффузии (летучести). Вещества, обладающие этим свойством, относятся к категории газов. В тех случаях, когда энергия взаимодействия имеет тот же порядок, что и величина кинетической энергии колебательного движения молекул, последние обладают свойством относительной подвижности, но, при этом, сохраняют целостность самого макротела. Такое тело обладает способностью легко деформироваться при минимальных касательных напряжениях, т. е. такое тело обладает текучестью. На самом деле колебательный процесс среди молекул жидких тел достаточно сложен, и с целью простого описания данного процесса можно нарисовать упрощенную картину взаимодействия молекул жидкости. Так в отличие от молекул в твёрдых телах, при колебательном процессе в жидкости центры взаимодействия молекул могут смещаться в пространстве на столько, на сколько это допускают расстояния между молекулами. Смещение центра равновесия сил в пространстве называется релаксацией. Время, за которое происходит такое смещение, называется временем релаксации, t_0 . При этом смещение центра равновесия осуществляется не постепенно, а скачком. Таким образом, время релаксации характеризует продолжительность «оседлой жизни» молекул жидкости. Если на жидкость будет действовать некоторая сила F , то при совпадении линии действия этой силы с направлением скачка, жидкость начнёт перемещаться. При этом необходимо выполнение дополнительного условия: продолжительность действия силы должна быть больше длительности времени релаксации t_0 , т.к. в противном случае жидкость не успеет начать своё движение, и будет испытывать упругое сжатие подобно твёрдому телу. Тогда процесс движения жидкости будет характеризовать свойство текучести присущее практически только жидким телам. Тела с такими свойствами относятся к категории жидких тел.

При этом следует отметить, что чётких и жёстких границ между твёрдыми, жидкими и газообразными телами нет. Имеется большая группа тел занимающих промежуточное положение между твёрдыми телами и жидкостями и между жидкостями и газами. Вообще говорить о состоянии вещества можно только при вполне определённых внешних условиях. В качестве стандартных условий приняты условия при температуре 20°C и атмосферном давлении. Стандартные (нормальные) условия вполне соотносятся с понятием благоприятных внешних условий для существования человека. Понятие о состоянии вещества необходимо дополнить. Так при увеличении кинетической энергии молекул вещества (нагрев вещества) твёрдые тела могут перейти в жидкое состояние (плавление твёрдого тела) и твёрдые тела приобретут при этом некоторые свойства жидкостей. Подобно этому увеличение кинетической энергии молекул жидкого вещества может привести жидкость в газообразное состояние (парообразование) и при этом жидкость будет иметь свойства соответствующие газам. Аналогичным способом можно превратить расплавленное твёрдое тело в пар, если в большей степени увеличить кинетическую энергию колебательного движения молекул первоначально твёрдого вещества. Уменьшение

кинетической энергии молекул (охлаждение вещества) приведёт процесс в обратном направлении. Газ может быть превращён в жидкое, а, затем и в твёрдое состояние.

Изучение реальных жидкостей и газов связано со значительными трудностями, т.к. физические свойства реальных жидкостей зависят от их состава, от различных компонентов, которые могут образовывать с жидкостью различные смеси как гомогенные (растворы) так и гетерогенные (эмульсии, суспензии и др.). По этой причине для вывода основных уравнений движения жидкости приходится пользоваться некоторыми абстрактными моделями жидкостей и газов, которые наделяются свойствами неприсущими природным жидкостям и газам.

Газы и жидкости отличаются от твердых тел текучестью т.е. способностью свободно деформироваться под воздействием малых внешних сил и принимать форму заданного ограниченного пространства.

Жидкость сопротивляется сжатию, очень мало подвергается растяжению, но сопротивляется сдвигу (принимая зависимость от скорости сдвига). Такими же свойствами обладают и газы. Различия между жидкостями и газами: газы при сжатии в значительной степени уменьшают свой объем.

В гидравлике под термином «жидкость» обычно понимают каплеобразную жидкость, газы и пластично-вязкие тела, обладающие текучестью, т.е. не способные самостоятельно сохранить форму или способные сильно изменять свою форму под действием каких либо сил. Они приобретают форму сосуда, в который помещены. Капельные жидкости и пластично-вязкие тела сохраняют объём. Газы не имеют собственного объёма. Они занимают весь объём сосуда или резервуара, в котором находится.

Важной особенностью каплеобразных жидкостей является то, что они ничтожно мало изменяют свой объем при изменении давления, поэтому мы пренебрегаем этими изменениями и считаем жидкость несжимаемой. Газы, наоборот, могут значительно уменьшаться в объеме под действием давления и неограниченно расширяться при отсутствии давления, т.е. обладают большой сжимаемостью.

Несмотря на это различие, законы движения каплеобразных жидкостей и газов при определенных условиях можно считать одинаковыми. Основным из этих условий является малая скорость течения газа по сравнению со скоростью распространения в нем звука.

При выводе основных закономерностей в гидравлике вводят понятие о гипотетической идеальной жидкости, которая, в отличие от реальной (вязкой) жидкости, абсолютно несжимаема под действием давления, не изменяет плотности при изменении температуры и не обладает вязкостью.

Реальные жидкости делятся на каплеобразные и упругие (газы или пары). Капельные жидкости практически несжимаемы и обладают очень малым коэффициентом объемного расширения. Объем упругих жидкостей сильно изменяется при изменении температуры или давления. Реальная жидкость сопротивляется растяжению и сдвигу, т.е. обладают вязкостью.

3 Основные физические свойства жидкостей

1. Плотностью ρ (кг/м³) называют массу жидкости, заключенную в единице объема; для однородной жидкости

$$\rho = m/V \quad [\text{кг/м}^3]$$

где m – масса жидкости в объеме V .

В общем случае плотность характеризует распределение массы в пространстве занятом жидкостью и для любой точки определяется как предел:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

Для упругих жидкостей плотность зависит от температуры и давления

$$\rho = f(p; T)$$

Для воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ при $t = 4^\circ \text{C}$.

Применяют еще относительную плотность жидкости $\rho_{\text{отн}}$, равную отношению жидкости к плотности воды при 4°C :

$$\rho_{\text{отн}} = \rho_{\text{ж}} / \rho_{\text{вод}}$$

Плотность смеси жидкостей может быть вычислена по формуле:

$$\rho_{\text{см}} = \left(\frac{x_1}{\rho_1} + \frac{x_2}{\rho_2} \right)^{-1}$$

где x_1 и x_2 – массовые доли

Плотность суспензий определяется как

$$\frac{1}{\rho_c} = \frac{x_{\text{тв}}}{\rho_{\text{тв}}} + \frac{1 - x}{\rho_{\text{ж}}}$$

где $x_{\text{тв}}$ – массовая доля твердой фазы в суспензии

$\rho_{\text{тв}}$, $\rho_{\text{ж}}$ – плотности твердой и жидкой фаз

Единицы измерения физических величин подразделяют на основные, производные и дополнительные. Основные единицы измерения – это значения физических величин, выбранные в определенной системе измерения.

До того как метрологи мира пришли к идее введения МСИ (СИ) была широко распространена система единиц измерения СГС, в которой в качестве основных системных единиц измерения были приняты: сантиметр (см) для измерения длины, грамм (г) для измерения массы и секунда для измерения времени. Многие пользуются этой системой до сих пор. Аналогично в технике существовала своя техническая система единиц измерений МКГСС, в которой в качестве основных системных единиц измерения были приняты метр (м) для измерения длины, килограмм-сила (кгс или кГ) для измерения силы и секунда (с) для измерения времени.

Так в международной системе единиц СИ масса вещества измеряется в кг, объем жидкого тела в м^3 , тогда размерность плотности жидкости в системе единиц СИ – кг/м^3 . В системе единиц СГС плотность жидкости измеряется в г/см^3 .

Величины плотности реальных капельных жидкостей в стандартных условиях изменяются в системе единиц СИ в широких пределах от 700 кг/м^3 до 1800 кг/м^3 , а плотность ртути достигает 13550 кг/м^3 , плотность чистой воды составляет 998 кг/м^3 . В системе единиц СГС пределы изменения плотности жидкости от $0,7 \text{ г/см}^3$ до $1,8 \text{ г/см}^3$, плотность чистой воды $0,998 \text{ г/см}^3$. Величины плотности газов меньше плотности капельных жидкостей приблизительно на три порядка, т.е. в системе единиц СИ плотности газов при атмосферном давлении и температуре 0°C изменяются в пределах от $0,09 \text{ кг/м}^3$ до $3,74 \text{ кг/м}^3$, плотность воздуха составляет $1,293 \text{ кг/м}^3$.

Плотность капельных жидкостей при стандарт. усл., $\rho \text{ кг/м}^3$		Плотность капельных жидкостей при стандартных условиях, $\rho \text{ кг/м}^3$		Плотность газов при атм. давлении и тем-ре 0°C , $\rho \text{ кг/м}^3$		Плотность газов при атмосферном давлении и температуре 0°C , $\rho \text{ кг/м}^3$	
Азотная кислота	1510	Вода тяжёлая, DaO	1109	Азот	1,251	Кислород	1,429

Анилин	1020	Глицерин	1260	Аммиак	0,771	Криптон	3,740
Ацетон	791	Морская вода	1010-1030	Аргон	1,783	Неон	0,900
Бензин	680-720	Нефть	760-995	Ацетилен	1,173	Озон	2,139
Бензол	879	Серная кислота	1830	Водород	0,090	Углекислота, CO ₂	1,977
Бром	3120	Этиловый спирт	790	Воздух	1,293	Хлор	3,220
Вода, H ₂ O	998			Гелий	0,178		

Производные единицы измерения получают из основных на основании классических известных законов, принятых закономерностях или условиях. Например $P=F/S$, $[Па=н/м^2]$.

Дополнительными единицами являются величины, полученные из основных и производных посредством введения величин, кратных 10, они имеют приставки (милли 10^{-3} , санти 10^{-2}).

Плотность капельных жидкостей и газов зависит от температуры и давления. Зависимость величины плотности жидкости и газа при температуре отличной от 20°C определяется по формуле Д.И. Менделеева:

$$\rho_1 = \frac{\rho_{20}}{1 + \beta(T - T_0)};$$

где: ρ и ρ_{20} - плотности жидкости (газа) при температурах соответственно T и $T_0=20^\circ\text{C}$, β - коэффициент температурного расширения

Плотность воды при различных температурах и атмосферном давлении					
$T, ^\circ\text{C}$	$\rho \text{ кг/м}^3$	$T, ^\circ\text{C}$	$\rho \text{ кг/м}^3$	$T, ^\circ\text{C}$	$\rho \text{ кг/м}^3$
-10	998,15	10	999,73	200	869,00
-5	999,30	20	998,23	250	794,00
0	999,87	50	988,07	300	710,00
2	999,97	100	958,38	350	574,00
4	1000,00	150	917,30	374,15	307,00

Исключительными особенностями обладает вода, максимальная плотность которой отмечается при 4 °C.

Плотность идеальных газов при давлениях отличных от атмосферного можно определить по известному закону газового состояния Менделеева - Клайперона:

$$p \cdot V = R \cdot T$$

где p – давление,

V –удельный объём газа,

R –универсальная газовая постоянная

$$T - \text{температура газа при } T = \text{const} \quad \rho = \rho_{\text{атм}} \cdot \frac{p}{p_{\text{атм}}}$$

2. Удельным весом γ (Н/м³) называют вес единицы объема жидкости, т.е.

$$\gamma = G/V$$

где G – вес жидкости в объеме V .

Связь между удельным весом γ и плотностью ρ легко найти, если учесть, что $G = g \cdot m$:

$$\rho = G/(g \cdot V) = \gamma/g$$

Размерность удельного веса жидкости в системе единиц СИ н/м³, удельный вес чистой воды составляет 9810 н/м³. Аналогично вводится понятие об относительном удельном весе жидкости, $\tilde{\gamma}$.

На практике величина плотности жидкости определяется с помощью простейшего прибора - ареометра. По глубине погружения прибора в жидкость судят о её плотности.

3. Давление столба жидкости высотой h при плотности жидкости ρ равняется:

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

За единицу давления в Международной системе единиц (СИ) принят паскаль – давление, вызываемой силой 1Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м².

В технике в настоящее время продолжают применять также систему единиц МКГСС (метр, килограмм-сила, секунда) Используют также внесистемные единицы – техническую атмосферу и бар

$$1 \text{ атм.} = 760 \text{ мм.рт.ст.} = \rho \cdot g \cdot h = 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,760 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па} = 1,033 \cdot 10^4 \text{ мм.вод.ст.} = 1,033 \cdot 10^4 \text{ кгс/м}^2 = 1,033 \text{ кгс/см}^2;$$

$$1 \text{ атм.} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 10000 \text{ кгс/м}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па} = 735 \text{ мм.рт.ст.} = 10^4 \text{ мм.вод.ст.}$$

$$1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па} = 1,02 \text{ атм.} = 0,102 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Коротко рассмотрим основные физические свойства капельных жидкостей.

1. Упругость. Капельные жидкости относятся к категории плохо сжимаемых тел. Причины незначительных изменений объёма жидкости при увеличении давления очевидны, т.к. межмолекулярные расстояния в капельной жидкости малы и при деформации жидкости приходится преодолевать значительные силы отталкивания, действующие между молекулами, и даже испытывать влияние сил, действующих внутри атома. Тем не менее, сжимаемость жидкостей в 5-10 раз выше, чем сжимаемость твёрдых тел, т.е. можно считать, что все капельные жидкости обладают упругими свойствами.

Оценка упругих свойств жидкостей может осуществляться по ряду специальных параметров.

2. Сжимаемость – это свойство жидкостей изменять свой объём под действием приложенной силы. Характеризуется сжимаемость коэффициентом объёмного сжатия β_p (в м²/Н), который представляет собой относительное изменение объёма жидкости на единицу приложенной силы:

$$\beta_p = - \left(\frac{dV}{dp} \right) \frac{1}{V_0}$$

где V_0 – начальный объём жидкости, (при начальном давлении),

β_p коэффициент объёмного (упругого) сжатия жидкости.

Знак минус в формуле обусловлен тем, что положительному приращению давления p соответствует отрицательное приращение (т.е. уменьшение) объема V .

Считается, что коэффициент объёмного сжатия жидкости зависит с достаточно большой точностью только от свойств самой жидкости и не зависит от внешних условий. Коэффициент объёмного сжатия жидкости имеет размерность обратную размерности давления, т.е. $\text{м}^2/\text{Н}$.

Адиабатический модуль упругости жидкости E , зависящий от термодинамического состояния жидкости (величина обратная коэффициенту объёмного сжатия жидкости):

$$E = \frac{1}{\beta_p}$$

Величина модуля упругости жидкости имеет размерность напряжения, т.е. $\text{Н}/\text{м}^2$.

3. Температурное расширение характеризуется коэффициентом температурного расширения β_t . Для упрощения выводов основных закономерностей в гидравлике вводят понятие о гипотетической, так называемой идеальной жидкости, которая обладает абсолютной текучестью, не сопротивляется сдвигу и растяжению, абсолютно несжимаема под действием давления, не меняет плотности при изменении температуры и не обладает вязкостью.

$$\beta_t = \frac{1}{V_0} \left(\frac{dV}{dt} \right)$$

4. Вязкость – способность тела оказывать сопротивление относительному смещению его слоев. Вязкое течение реализуется в истинно-вязких, ньютоновских жидкостях при любых, сколь угодно малых напряжениях сдвига. Полная вязкость жидкости складывается из ламинарной (ньютоновской), турбулентной и объемной вязкостей.

Вязкость объясняется возникновением при движении внутреннего трения между частицами. Силы внутреннего трения направлены вдоль поверхности соприкасающихся слоев и зависят от их относительных скоростей.

Вязкость представляет собой свойство жидкости сопротивляться сдвигу (скольжению) ее слоев. Это свойство проявляется в том, что в жидкости при определенных условиях возникают касательные напряжения. Вязкость есть свойство, противоположное текучести.

При течении вязкой жидкости вдоль твердой стенки происходит торможение потока, обусловлено вязкостью. Скорость v уменьшается по мере уменьшения расстояния y от стенки вплоть до $v=0$ при $y=0$, а между слоями происходит проскальзывание, сопровождающееся возникновением касательных напряжений (напряжений трения).

Согласно гипотезе Ньютона, касательное напряжение в жидкости зависит от ее рода и характера течения и при слоистом течении изменяется прямо пропорционально так называемому поперечному градиенту скорости. Таким образом напряжение сдвига имеет вид

$\tau = -\mu(dv/dy)$ – это уравнение выражает закон внутреннего трения Ньютона.

где μ – коэффициент пропорциональности, получивший название динамической вязкости жидкости;

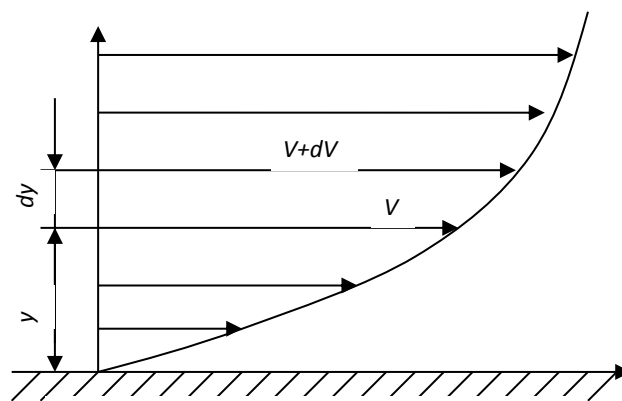


Рис. Профиль скоростей при течении вязкой жидкости вдоль стенки.

dv – приращение скорости, соответствующее приращению координаты dy (см. рис).

Знак «минус» указывает на то, что напряжение сдвига тормозит слой, движущийся с относительно большой скоростью.

Для ньютоновских сред динамическая вязкость характеризует сопротивление ламинарному течению. Если изменение скорости течения при удалении от поверхности слоя на расстояние 1 м по нормали равно 1 м/с, то напряжение сдвига составляет 1 Па.

Динамическая вязкость η (μ) (в Па·с) может быть выражена формулой

$$\mu = (F/S) \cdot (dy/dv) = H \cdot m \cdot c / (m^2 \cdot m) = Pa \cdot c$$

где P – сила, приложенная из вне, Н;

F – площадь действия силы, m^2 ;

y – расстояние между слоями, м;

v – скорость сдвига, м/с.

В системе СГС за единицу вязкости принимается пуаз

$$1П = 1 \text{ дин} \cdot \text{с} / \text{см}^2.$$

Так как $1 \text{ дин} = 10^{-5} \text{ Н} = 1,02 \cdot 10^{-6} \text{ кгс}$, а $1 \text{ м}^2 = 10^4 \text{ см}^2$, то $1П = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 0,0102 \text{ кгс} \cdot \text{с} / \text{м}^2$.

Учитывая, что ньютон измеряется в $\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2$, размерность μ можно представить и так

$$\mu = Pa \cdot c = H \cdot c / m^2 = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с} / m^2 \cdot c^2 = \text{кг} / \text{м} \cdot \text{с}.$$

Наряду с динамической вязкостью применяют кинематическую, которая определяется по формуле

$$\nu = \mu / \rho = \mu g / \gamma$$

Единицей измерения кинематической вязкости является стокс

$$1 \text{ Ст} = 1 \text{ см}^2 / \text{с}$$

$$\nu = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{кг}} = 1 \frac{\text{м}^2}{\text{с}} = 10^4 \text{ см}^2 / \text{с} = 10^4 \text{ Ст}$$

Сотая доля стокса называется сантистоксом (сСт).

Вязкость капельных жидкостей зависит от температуры и уменьшается с увеличением последней. Вязкость газов, наоборот, с увеличением температуры возрастает.

Вязкость жидкости в значительной степени зависит от температуры и давления. При увеличении температуры капельной жидкости коэффициенты её вязкости (как динамический, так и кинематический) резко снижается в десятки и сотни раз, что обусловлено увеличением внутренней энергии молекул жидкости по сравнению с энергией межмолекулярной связи в жидкости.

Газы обладают несравнимо более низкими коэффициентами вязкости от 0,0000084 до 0,0000192 $\text{Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$, и в отличие от капельных жидкостей вязкость газов увеличивается при увеличении температуры, т.к. с увеличением температуры газа возрастают скорости теплового движения молекул и, соответственно, увеличивается число соударений молекул газа, что делает газ более вязким. Зависимость вязкости газа от давления ничем не отличается от аналогичной зависимости для капельных жидкостей.

Коэффициент динамической вязкости жидкостей и газов			
Капельные жидкости при $T=18^{\circ}\text{C}$	μ Па·с	Газы при $T= 0^{\circ}\text{C}$	μ Па·с
Анилин	0,00460	Азот	0,0000167
Ацетон	0,00034	Аммиак	0,0000093
Бром	0,00102	Водород	0,0000084
Вода	0,00105	Воздух	0,0000172
Глицерин	1,39300	Кислород	0,0000192
Масло машинное	0,11300	Метан	0,0000104
Нефть	0,0080-0,1000	Углекислота CO_2	0,0000140
Спирт этиловый	0,00122	Хлор	0,0000129

Измерение вязкости жидкостей осуществляется с помощью вискозиметров, работающих на принципе истечения жидкости через малое калиброванное отверстие; вязкость вычисляется по скорости истечения.

Кроме деформации сдвига внутреннее сопротивление в жидкости возникает и при объёмном сжатии жидкости, т.е. сжимаемая жидкость стремится восстановить состояние первоначального равновесия. Этот процесс, в некоторой степени, аналогичен проявлению сил сопротивления при деформации сдвига, хотя сам процесс и отличается по своей сути. По этой причине говорят, что в жидкости проявляется так называемая вторая вязкость ξ , обусловленная деформацией объёмного сжатия жидкости.

5. Поверхностное натяжение. Когда мы говорим о жидкости как о сплошной среде, это вовсе не означает, что эта среда бесконечна и безгранична. Жидкое тело всегда имеет границы, это либо твёрдые стенки каналов, либо границы раздела с газообразной средой, либо это граница раздела между различными несмешивающимися жидкостями. Такие границы можно с полным правом называть естественными границами.

В некоторых случаях границы могут выделяться условно внутри самой движущейся жидкости. На естественных границах в пограничном слое жидкости между молекулами самой жидкости и молекулами окружающей жидкостью среды существуют силы притяжения, которые, в общем случае, могут оказаться не равными. В то же время силы взаимодействия между остальными молекулами жидкости, находящимися внутри объёма, ограниченного пограничным слоем эти силы взаимно уравновешены. Таким образом, остаются не уравновешенными силы взаимодействия между молекулами, находящимися лишь во внешнем (пограничном слое). Тогда в пограничном слое возникают напряжения, которые автоматически балансируют не сбалансированные силы притяжения. Такие напряжения называются *поверхностным натяжением жидкости*. Этому напряжению будут соответствовать силы поверхностного натяжения. Под действием этих сил малые объёмы жидкости принимают сферическую форму (форму капли), соответствующей минимуму внутренней энергии; в трубках малого диаметра жидкость поднимается (или опускается) на некоторую высоту по отношению к уровню покоящейся жидкости. Последнее явление носит название *капиллярности*. Жидкость в трубке малого диаметра (капилляре) будет подниматься, если жидкость по отношению к стенке капилляра будет смачивающей жидкостью, и наоборот, будет опускаться, если жидкость для стенки капилляра окажется не смачивающей. Высоту h подъёма (опускания) жидкости в капилляре с диаметром d можно определить из соотношения:

$$h=\pm A/d$$

где: A - постоянная зависящая от свойств жидкости.

Для воды, мм, $h=30/d$, для ртути, мм, $h=-10/d$.

Силы поверхностного натяжения малы и проявляются при малых объёмах жидкости. Величина напряжений на границе раздела зависит от температуры жидкости; при увеличении температуры внутренняя энергия молекул возрастает и, естественно, уменьшается напряжение в пограничном слое жидкости и, следовательно, уменьшаются силы поверхностного натяжения.

6. Растворимость газов в капельных жидкостях. В реальных жидкостях всегда находится в растворённом состоянии газ. Это может быть воздух, азот, углеводородный газ, углекислота CO_2 сероводорода H_2S др. Наличие газа растворённого в жидкости может оказывать как благоприятное воздействие (снижается вязкость жидкости, плотность и т.д.), так и неблагоприятное. Так при снижении давления из жидкости выделяется свободный газ, который может стать источником такого нежелательного явления как кавитация; выделяющийся газ может оказаться не безопасным для окружающей среды (H_2S), огнеопасным и взрывоопасным (углеводородный газ). Газ, растворённый в жидкости, как и газ в свободном состоянии может также способствовать коррозии стенок труб и оборудования, вызывать химические реакции, ведущие к образованию отложений твёрдых солей на стенках труб, накипей и др. По этой причине знание особенностей и законов растворения газа в жидкости крайне желательно.

Количество газа, которое может раствориться в капельной жидкости, зависит от физико-химических свойств самой жидкости и растворяемого в ней газа, а также от температуры и давления. Максимальное количество газа, которое может быть растворено в данной жидкости носит название *предельной газонасыщенности* для данного газа s_0 . Естественно, что величины предельной газонасыщенности для разных газов будут разными. Другой характеристикой процесса растворения газа в жидкости является *давление насыщения* p_{min} , это такое минимальное давление в жидкости, при котором достигается насыщение капельной жидкости газом. При невысоких давлениях значительно уступающих величине давления насыщения справедлив закон растворимости Генри.

Количество газа растворимого в единице объёма жидкости пропорционально давлению.

В жидкости может одновременно растворяться целая группа различных газов; нередки случаи, когда капельная жидкость и растворяемый в ней газ имеют одинаковую природу (нефть и углеводородные газы); в последнем случае между жидкостью и газом может существовать весьма условная граница, зависящая от температуры смеси и других прочих условий.

7. Испаряемость. При повышении температуры жидкости и, в некоторых случаях, при снижении давления часть массы капельной жидкости постепенно переходит в газообразное состояние (пар). Интенсивность процесса парообразования зависит от температуры кипения жидкости при нормальном атмосферном давлении: чем выше температура кипения жидкости, тем меньше её испаряемость. Однако более полной характеристикой испаряемости следует считать давление (упругость) насыщенных паров, данное в функции температуры. Чем больше насыщенность паров при данной температуре, тем больше испаряемость жидкости.

4. Гидромеханические процессы пищевых производств.

Гидромеханические процессы (движущая сила – перепад давлений)

Это процессы, которые:

- ☐ ведут к образованию неоднородных жидкостных систем (вода, жир, фарш) – перемешивание, пенообразование, псевдооживление);
- ☐ ведут к разделению неоднородных жидкостных систем (отстаивание, фильтрование, центрифугирование);
- ☐ ведут к разделению неоднородных газовых систем (осаждение под действием сила тяжести, электроосаждение, циклонное осаждение).

Перемешивание - способ получения однородных смесей и(или) интенсификации тепло- и массообмена в аппаратах.

Пенообразование. Процессы пенообразования делят на два вида: пенообразование и взбивание.

Сущность их одинакова и заключается в диспергировании газа или воздуха в жидкости.

Псевдооживление - превращение слоя зернистого материала под влиянием восходящего газового или жидкостного потока либо иных физико-механических воздействий в систему, твердые частицы находятся и во взвешенном состоянии, и напоминающую по свойствам жидкость, псевдооживленный слой (кипящий слой).

Отстаивание как технологический приём используют для выделения диспергированного вещества или очистки жидкости от механических примесей.

Фильтрация — процесс разделения неоднородных (дисперсных) систем (например, суспензия, аэрозоль) при помощи пористых перегородок, пропускающих дисперсионную среду и задерживающих дисперсную твёрдую фазу.

Центрифугирование — разделение неоднородных систем (напр., жидкость — твердые частицы) на фракции по плотности при помощи центробежных сил. Центрифугирование осуществляется в аппаратах, называемых центрифугами.

Вопросы для самоконтроля

1. Методы исследования.
2. Модели сплошной среды.
3. Физические свойства жидкостей.
4. Гидромеханические процессы пищевых производств.

Лекция 2 Гидростатика

1. Гидростатика. Силы, действующие в реальной жидкости.
2. Дифференциальное уравнение равновесия Эйлера. Основные уравнения гидростатики.

1. Силы, действующие в реальной жидкости.

В гидравлике жидкость рассматривается как непрерывная материальная среда, заполняющую пространство без пустот и промежутков.

Жидкость может находиться в состоянии относительного и абсолютного покоя.

Относительный покой имеет место, когда в движущейся вместе с сосудом жидкости частицы её не перемещаются друг относительно друга. В этом случае покой жидкости рассматривается относительно стенок движущегося сосуда. Когда жидкость находится в неподвижном сосуде, имеет место абсолютный покой относительно поверхности земли. На неподвижную жидкость действуют поверхностные и массовые силы.

Поверхностные силы пропорциональны площади поверхности жидкости. К поверхностным силам относится, например, сила давления.

Массовые силы пропорциональны массе жидкости — это силы тяжести, инерционные силы, которые имеют место при относительном покое.

В результате действия внешних сил внутри жидкости возникают сжимающие напряжения — гидростатическое давление.

Вследствие текучести (подвижности частиц) в жидкости действуют силы не сосредоточенные, а непрерывно распределенные по ее объёму (массе) или поверхности. В связи с этим силы, действующие на объёмы жидкости и являющиеся по отношению к ним внешними, разделяют на массовые (объемные) и поверхностные.

Массовые силы в соответствии со вторым законом Ньютона пропорциональны массе жидкости или, для однородной жидкости, — ее объёму. К ним относятся сила тяжести и сила инерции переносного движения, действующая на жидкость при относительном движении жидкости в руслах, перемещающихся с ускорением.

Поверхностные силы непрерывно распределены по поверхности жидкости и при равномерном их распределении пропорциональны площади этой поверхности. Эти силы обусловлены непосредственным воздействием соседних объемов жидкости на данный объем или же воздействием других тел (твердых или газообразных), соприкасающихся с данной жидкостью. Как следует из третьего закона Ньютона, с такими же силами, но в противоположном направлении, жидкость действует на соседние с ней тела.

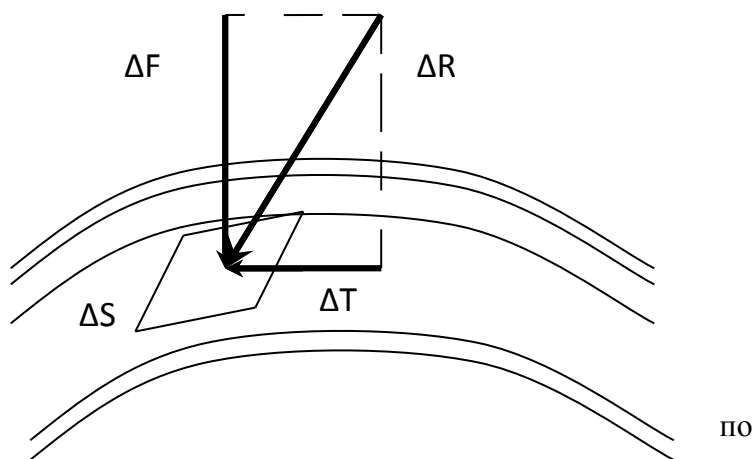
В общем случае поверхностная сила ΔR , действующая на площадке ΔS , направлена под некоторым углом к ней, и ее можно разложить на нормальную ΔF и тангенциальную ΔT составляющие. Первая называется силой давления, а вторая – силой трения.

Как массовые, так и поверхностные силы в гидромеханике рассматривают обычно в виде единичных сил, т.е. сил, отнесенных к соответствующим единицам. Массовые силы относят к единице массы, а поверхностные – к единице площади.

Единичная поверхностная сила, называемая напряжением поверхностной силы, раскладывается на нормальное и касательное напряжения.

Нормальное напряжение, т.е. напряжение силы давления, называется гидромеханическим (в случае покоя – гидростатическим) давлением.

Если сила давления ΔF равномерно распределена по площадке ΔS , то среднее гидромеханическое давление определяют по формуле:



$$p = \Delta F / \Delta S$$

В общем случае гидромеханическое давление в данной точке равно пределу, к которому стремится отношение силы давления к площади ΔS , на которую она действует, при уменьшении ΔS до нуля, т.е. при стягивании ее к точке

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \Delta F / \Delta S$$

Если давление p отсчитывают от абсолютного нуля, то его называют абсолютным, а если отсчитывают от атмосферного давления p_{am} , т.е. от условного нуля, то его называют избыточным $p_{изб}$ или манометрическим. Следовательно, абсолютное давление

$$p_{abs} = p_{am} + p_{изб}$$

2. Гидростатика. Основное уравнение гидростатики.

Гидростатикой называется раздел гидравлики, в котором изучаются законы равновесия жидкостей и воздействие покоящихся жидкостей на погруженные в них тела и поверхности, ограничивающие жидкости.

В состоянии относительного покоя форма объема жидкости не изменяется, и она, подобно твердому телу, перемещается как единое целое. Так, жидкость находится в относительном покое в перемешивающемся сосуде (например, цистерне), внутри вращающегося с постоянной угловой скоростью барабана центрифуги и т.д. В подобных случаях покой рассматривают относительно стенок движущегося сосуда.

Жидкость в неподвижном сосуде находится в абсолютном покое (относительно поверхности земли), который в таком понимании является частным случаем относительного покоя.

Жидкости практически не способны сопротивляться растяжению, а в неподвижных жидкостях не действуют касательные силы. Поэтому на неподвижную жидкость могут действовать только силы давления и тяжести. В случае относительного покоя следует учитывать также силу инерции переносного (вместе с сосудом) движения жидкости.

В неподвижной жидкости возможен лишь один вид напряжения – напряжение сжатия, т.е. гидростатическое давление.

Соотношение между силами, действующими на жидкость, которая находится в состоянии покоя, определяющее условия равновесия жидкости, выражается дифференциальными уравнениями равновесия Эйлера.

Основное уравнение гидростатики

Рассмотрим распространенный случай равновесия жидкости, когда на нее действует только одна массовая сила - сила тяжести, и получим уравнение, позволяющее находить гидростатическое давление в любой точке рассматриваемого объема жидкости. Это уравнение называется основным уравнением гидростатики.

Пусть жидкость содержится в сосуде (рис.) и на ее свободную поверхность действует давление P_0 . Найдем гидростатическое давление P в произвольно взятой точке M , расположенной на глубине h . Выделим около точки M элементарную горизонтальную площадку dS и построим на ней вертикальный цилиндрический объем жидкости высотой h . Рассмотрим условие равновесия указанного объема жидкости, выделенного из общей массы жидкости. Давление жидкости на нижнее основание цилиндра теперь будет внешним и направлено по нормали внутрь объема, т.е. вверх.

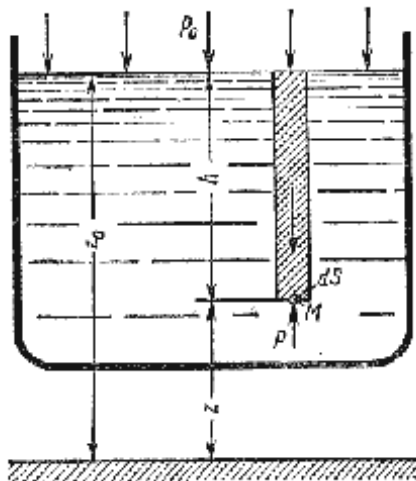


Рис. Схема для вывода основного уравнения гидростатики

Запишем сумму сил, действующих на рассматриваемый объем в проекции на вертикальную ось:

$$P dS - P_0 dS - \rho g h dS = 0$$

Последний член уравнения представляет собой вес жидкости, заключенный в рассматриваемом вертикальном цилиндре объемом $h dS$. Силы давления по боковой поверхности цилиндра в уравнение не входят, т.к. они перпендикулярны к этой поверхности и их проекции на вертикальную ось равны нулю. Сократив выражение на dS и перегруппировав члены, найдем

$$P = P_0 + \rho g h = P_0 + h \gamma$$

Давление во всех точках свободной поверхности одинаково и равно P_0 , следовательно, давление во всех точках жидкости на глубине h также одинаково согласно основному уравнению гидростатики. Поверхность, давление на которой одинаково, называется поверхностью уровня. В данном случае поверхности уровня являются горизонтальными плоскостями.

Выберем некоторую горизонтальную плоскость сравнения, проходящую на расстоянии z_0 от свободной поверхности, тогда можно записать уравнение гидростатики в виде:

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g} \quad \text{или} \quad z + \frac{p}{\gamma} = z_0 + \frac{p_0}{\gamma}$$

Все члены уравнения имеют линейную размерность и носят название:

z - геометрическая высота,

$\frac{p}{\gamma}$

- пьезометрическая высота

Анализируя основное уравнение гидростатики можно сделать следующие выводы:

1. Гидростатическое давление есть сумма внешнего p_0 давления, действующего на свободной поверхности и весового $\rho \cdot g \cdot h$ давления, создаваемого весом столба жидкости высотой h ;
2. Внешнее давление p_0 не зависит от координат рассматриваемых точек, то есть оно передается во все точки покоящейся жидкости без изменения, поэтому жидкость используется как среда для передачи давления. На этом свойстве жидкости основано действие гидравлических машин (гидропрессы, силовые цилиндры, гидродомкраты);
3. Весовое давление $\rho \cdot g \cdot h$ является функцией координат точки. С увеличением заглубления точки под свободную поверхность, давление возрастает;
4. Внешнее давление p_0 может быть больше атмосферного, меньше атмосферного и равно атмосферному. Если численное значение p_0 определено с учетом атмосферного, то давление p по формуле 1 будет абсолютным; если p_0 определено без учета атмосферного, то p будет избыточным.

Основное уравнение гидростатики получают из дифференциальных уравнений равновесия жидкости.

В объеме жидкости, находящейся в покое, выделим элементарный параллелепипед объемом dV с ребрами dx , dy , dz (см. рис.). Сила тяжести, действующая на параллелепипед, выражается произведением его массы dm на ускорение свободного падения g , т.е. равна gdm . Сила гидростатического давления на любую из граней параллелепипеда равна произведению гидростатического давления p на площадь этой грани. Будем считать, что давление p является функцией всех трех координат: $p=f(x, y, z)$.

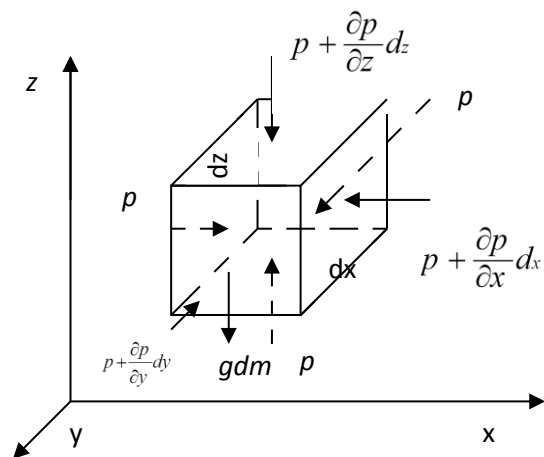


Рис.13. К выводу дифференциального уравнения

Согласно основному принципу статики, сумма проекций на оси координат всех сил, действующих на элементарный объем, находящийся в равновесии, равна нулю. В противном случае происходило бы перемещение жидкости. Рассмотрим суммы проекций сил на ось z

$$-g \cdot dm = -g \cdot \rho \cdot dV = -g \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz ;$$

Сила тяжести направлена вниз, противоположно направлению оси z , отсюда знак (-). Преобразовав уравнение получим:

$$\left(-\rho \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z} \right) dx \cdot dy \cdot dz = 0$$

Проекции сил тяжести на оси x , y равны нулю. Поэтому сумма проекций на ось x

$$p \cdot dy \cdot dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy \cdot dz = 0$$

откуда после раскрытия скобок и сокращения находим

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0$$

Соответственно для оси y

$$-\frac{\partial p}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0$$

или, учитывая, что объём параллелепипеда $dx \cdot dy \cdot dz = dV \neq 0$ (величина, заведомо не равная нулю), получим дифференциальное уравнение равновесия Эйлера:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ -\rho \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Из этих уравнений следует, что давление в покоящейся жидкости изменяется только по вертикали, оставаясь одинаковым во всех точках любой горизонтальной плоскости, так как изменения давлений вдоль x и y равны нулю. В связи с тем, что в этой системе уравнений частные производные $\frac{\partial p}{\partial x}$ и $\frac{\partial p}{\partial y}$ равны нулю, частная производная $\frac{\partial p}{\partial z}$ может быть заменена на $\frac{dp}{dz}$ и,

следовательно: $-\rho \cdot g - \frac{dp}{dz} = 0$

Отсюда

$$-dp - \rho \cdot g \cdot dz = 0$$

Разделив левую и правую части последнего выражения на $\rho \cdot g$ и переместив знаки, представим это уравнение в виде

$$dz + \frac{1}{\rho \cdot g} dp = 0$$

Для несжимаемой однородной жидкости плотность постоянна и, следовательно

$$dz + d\left(\frac{p}{\rho \cdot g}\right) = 0 \quad \text{или} \quad d\left(z + \frac{p}{\rho \cdot g}\right) = 0$$

откуда после интегрирования получим: $z + \frac{p}{\rho \cdot g} = \text{const}$

где z – геометрическая высота; p – гидростатическое давление.

Для двух произвольных горизонтальных плоскостей уравнение выражают в форме:

$$z + \frac{p}{\rho \cdot g} = z_o + \frac{p_o}{\rho \cdot g},$$

Два уравнения являются основными уравнениями гидростатики.

Лекция 3. Силы давления

1. Определение силы давления на различные стенки.
2. Закон Паскаля.
3. Геометрическая и физическая интерпретация основного уравнения гидростатики.
4. Закон сообщающихся сосудов.
5. Закон Архимеда.
6. Приборы для измерения давления

1. Определение силы давления на различные стенки.

а) Сила давления жидкости на плоскую стенку

Используем основное уравнение гидростатики для нахождения полной силы давления жидкости на плоскую стенку, наклоненную к горизонту под произвольным углом α (см. рис.). Вычислим силу F давления, действующую со стороны жидкости на некоторый участок рассматриваемой стенки, ограниченный произвольным контуром и имеющим площадь, равную S .

Составив и проинтегрировав уравнение получим следующее уравнение

$$F = p_0 \cdot S + \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot y_c \cdot S = p_0 \cdot S + \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S$$

где h_c – глубина расположения центра тяжести S , или

$$F = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h_c) \cdot S = p_c \cdot S,$$

т.е. полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению площади стенки на гидростатическое давление p_c в центре тяжести этой площади.

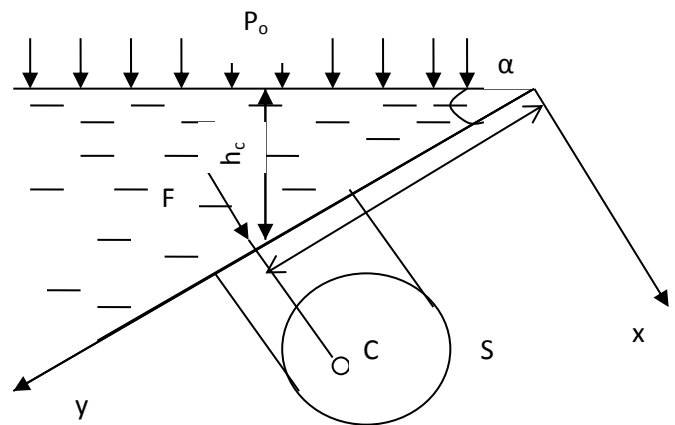


Рис. Схема для определения силы давления жидкости на плоскую стенку.

В частном случае, когда давление p_0 является атмосферным и действует также с другой стороны стенки, сила $F_{изб}$ избыточного давления жидкости на плоскую стенку равна лишь силе $F_{ж}$ давления от веса жидкости, т.е.

$$F_{изб} = F_{ж} = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S = p_{c\text{ изб}} \cdot S$$

В общем случае давление p_0 может существенно отличаться от атмосферного, поэтому полную силу F давления жидкости на стенку будем рассматривать как сумму двух сил: F_0 от внешнего давления p_0 и силы $F_{ж}$ от веса жидкости, т.е.

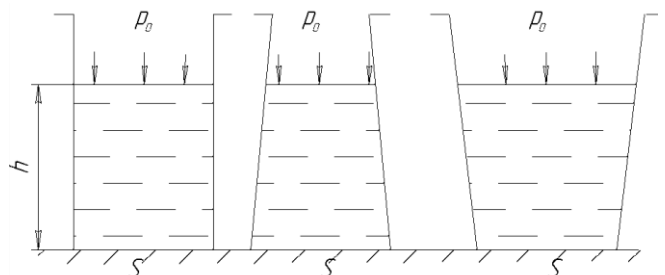
$$F = F_0 + F_{ж} = (p_0 + p_c) S$$

Согласно основному закону гидростатики величина давления p определяется глубиной погружения точки под уровень свободной поверхности h жидкости и величиной плотности жидкости ρ .

Для горизонтальной поверхности величина давления одинакова во всех точках этой поверхности, т.к.: $p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$

$$\text{Отсюда: } F = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot S$$

Таким образом, сила давления жидкости на горизонтальную поверхность (дно сосуда) равно произведению площади этой поверхности на



величину давления на глубине погружения этой поверхности. На рисунке показан так называемый «гидравлический парадокс», здесь величины силы давления на дно всех сосудов одинаковы, независимо от формы стенок сосудов и их физической высоты, т.к. площади доньев у всех сосудов одинаковы, одинаковы и величины давлений.

б) Сила давления жидкости на криволинейные стенки.

Нахождение силы давления жидкости на поверхности произвольной формы в общем случае приводится к определению трех составляющих суммарной силы и трех моментов. Чаще всего рассматривают цилиндрические или сферические поверхности, имеющие вертикальную плоскость симметрии. Сила давления жидкости в этом случае сводится к равнодействующей силе, лежащей в плоскости симметрии.

Возьмем цилиндрическую поверхность АВ с образующей, перпендикулярную к плоскости чертежа (см. рис.), и определим силу давления жидкости на эту поверхность в двух случаях:

- 1) жидкость расположена сверху;
- 2) жидкость расположена снизу.

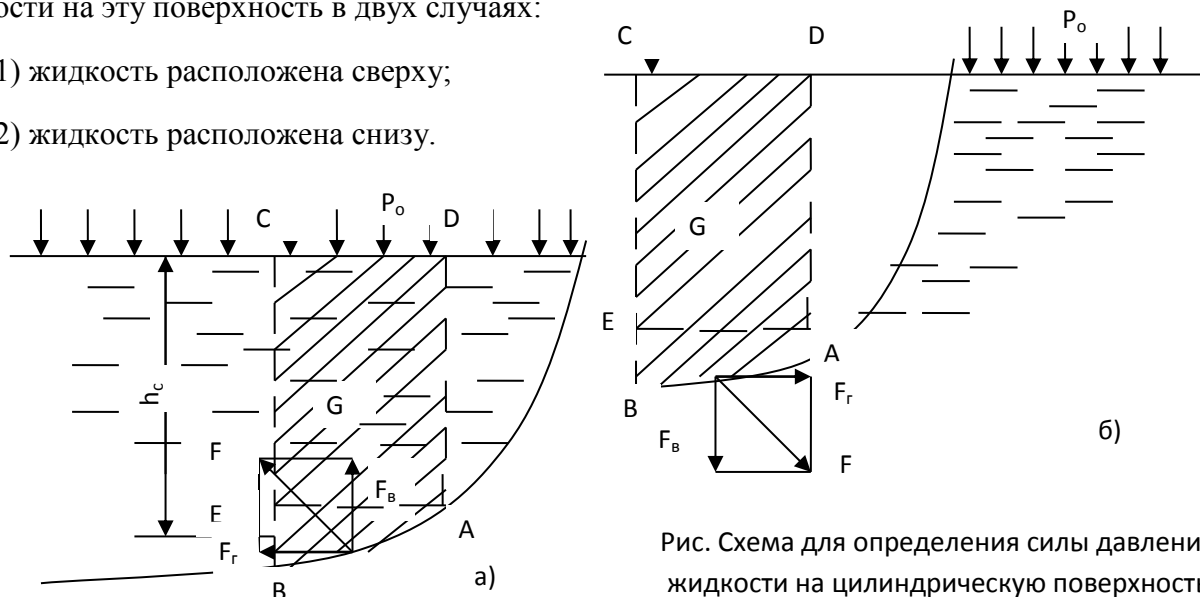


Рис. Схема для определения силы давления жидкости на цилиндрическую поверхность

В первом случае выделим объем жидкости, ограниченный рассматриваемой поверхностью АВ, вертикальными поверхностями, проведенными через границы этого участка, и свободной поверхностью жидкости, т.е. объем ABCD, и рассмотрим условия его равновесия в вертикальном и горизонтальном направлениях. Если жидкость действует на стенку АВ с силой F, то стенка АВ действует на жидкость с силой F, направленной в обратную сторону. На рис. Показана эта сила реакции, разложенная на две составляющие: горизонтальную F_r и вертикальную F_b .

Условие равновесия объема ABCD в вертикальном направлении имеет вид:

$$F_b = p_0 S_r + G$$

где p_0 – давление свободной поверхности жидкости; S_r – площадь горизонтальной проекции поверхности АВ; G – вес выделенного объема жидкости.

Условие равновесия того же объема в горизонтальном направлении запишем с учетом того, что силы давления жидкости на поверхности ЕС и АД взаимно уравниваются и остается лишь сила давления на площадь BE, на вертикальную проекцию поверхности АВ – S_b . Тогда

$$F_r = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S_b + p_0 \cdot S_b$$

Определив по формулам вертикальную и горизонтальную составляющие полной силы давления F, найдем

$$F = \sqrt{F_r^2 + F_b^2}$$

Когда жидкость расположена снизу, гидростатическое давление во всех точках поверхности АВ имеет те же значения, что и в первом случае, но направление его будет противоположным, и суммарные силы F_b и F_r определятся теми же формулами, но с обратным знаком. При этом под величиной G следует понимать так же, как и в первом случае, вес жидкости в объеме ABCD, хотя этот объем и не заполнен жидкостью.

Изложенный способ определения силы давления на цилиндрические поверхности применим и к сферическим поверхностям, причем равнодействующая сила в этом случае также проходит через центр поверхности и лежит в вертикальной плоскости симметрии.

2. Закон Паскаля.

Применив основное уравнение гидростатики к двум точкам покоящейся жидкости $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g}$, изменим давление в первой точке на Δp_1 , не нарушая равновесие жидкости. Тогда во второй точке давление должно измениться на некоторую величину Δp_2 . Из основного уравнения гидростатики следует, что

$$z_1 + \frac{p_1 + \Delta p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2 + \Delta p_2}{\rho g}, \text{ или } \Delta p_1 = \Delta p_2$$

Т.е. изменение давления в любой точке покоящейся жидкости передается в остальные ее точки без изменений. Это положение называется Законом Паскаля.

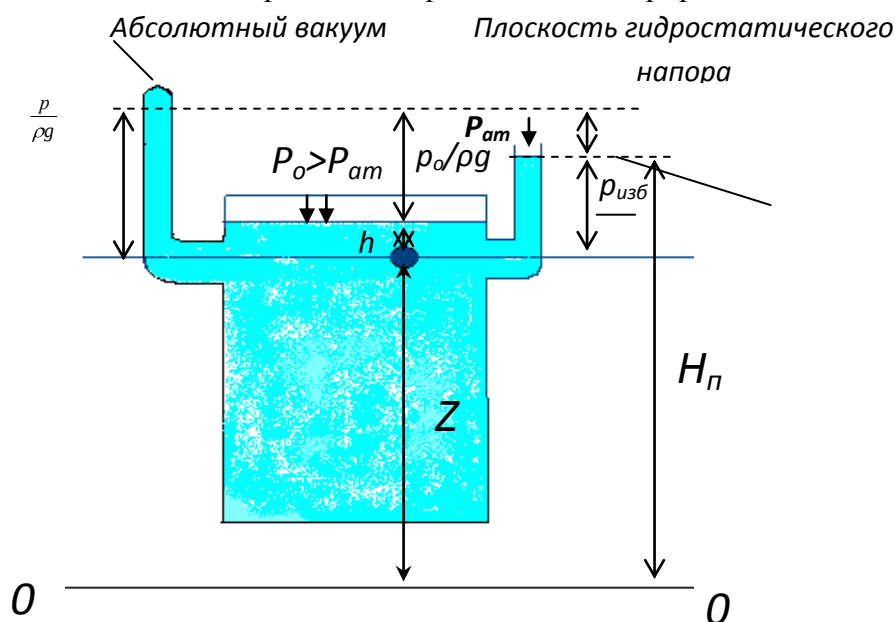
Манометрическое давление. Вакуум.

Давление можно отсчитывать от абсолютного нуля, от атмосферного давления. Различают манометрическое (избыточное и вакуумметрическое давление).

$$P_m = P_o + P_{атм} \quad (\text{манометрическое})$$

$$P_v = P_{атм} - P_o \quad (\text{вакуумметрическое})$$

3. Геометрическая и физическая интерпретация основного уравнения гидростатики.



Величина $\frac{p}{\rho g}$ имеет линейную размерность и представляет собой геометрическую высоту, на которую поднимется жидкость под действием давления p . Эту высоту можно измерить, если

подсоединить к сосуду трубку, из которой полностью удален воздух. Жидкость в трубке поднимается на высоту $\frac{P}{\rho g}$. Если трубка открыта и давление на свободной поверхности равно атмосферному, то жидкость в трубке поднимется на высоту $\frac{P_{изб}}{\rho g}$, соответствующую избыточному давлению.

$\frac{P_{изб}}{\rho g}$ - пьезометрическая высота;

z- нивелирная высота, называемая также геометрическим, или высотным напором. Представляет собой удельную потенциальную энергию положения в данной точке (в данном сечении);

$\frac{P}{\rho g}$ -геометрическая высота (напор давления) или пьезометрический напор;

$H = \left(z + \frac{P}{\rho g} \right)$ -называется полным гидростатическим, или статическим напором;

H_p – пьезометрический напор меньше гидростатического напора на высоту, соответствующую атмосферному давлению $\frac{P_{атм}}{\rho g}$.

Напор в любой точке покоящейся жидкости одинаков.

4. Закон сообщающихся сосудов.

Два закрытых сосуда А и В заполнены несмешивающимися жидкостями различной плотности ρ_1 и ρ_2 . Давление в сосуде А равно P_1 , а в сосуде В – P_2 . проведем плоскость отсчета 0-0 через произвольно взятую точку М и составим уравнения равновесия

$$P_1 + \rho_1 \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \rho_2 \cdot g \cdot z_2$$

или

$$P_1 - P_2 = \rho_2 \cdot g \cdot z_2 - \rho_1 \cdot g \cdot z_1$$

Рассмотрим несколько частных случаев.

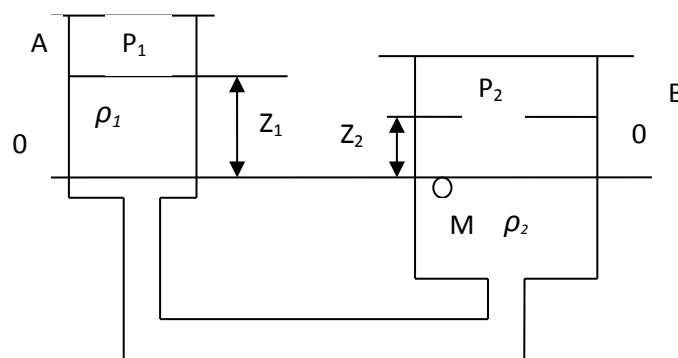
В сосудах находится жидкость с плотностью ρ , сосуды либо открытые, либо закрытые, но давление в них одинаковое, т.е. $P_1 = P_2$. тогда из уравнения $z_1 = z_2$

Таким образом, в сообщающихся сосудах, находящихся под одинаковым давлением и заполненных жидкостью с одинаковой плотностью, уровни ее располагаются на одной высоте независимо от формы и поперечного сечения сосудов.

Если сосуды, находящиеся под одинаковым давлением, залиты разнородные, несмешивающиеся жидкости с различной плотностью. Тогда имеем

$$z_1/z_2 = \rho_2/\rho_1$$

В сообщающихся сосудах высоты уровней разнородных жидкостей над поверхностью их раздела обратно пропорциональны плотностям.



5. Закон Архимеда.

Жидкость оказывает давление на погруженное в нее тело.

Рассмотрим действие давления на объем W .

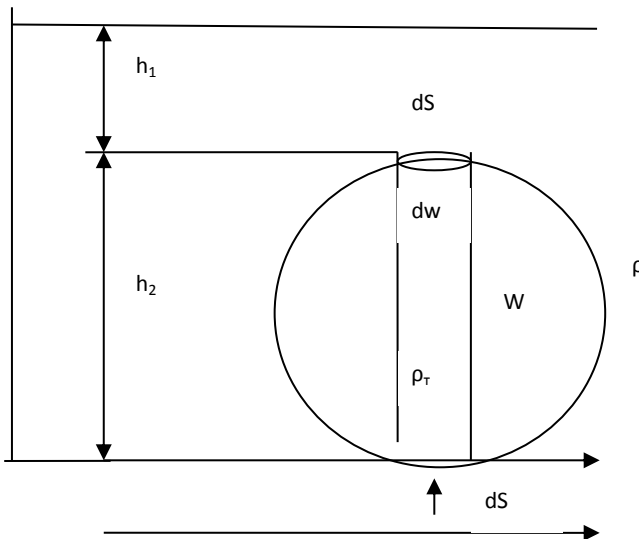
Выделим элементарный объем dw

Воздействие давления жидкости на верхнюю площадку будет стремиться погрузить тело.

Сила давления жидкости на нижнюю площадку будет стремиться вытолкнуть тело.

$$dP_1 = \rho \cdot g \cdot h_1 + dS \quad dP_2 = \rho \cdot g \cdot h_2 + dS.$$

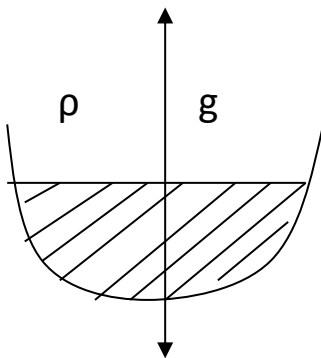
Разность этих сил направлена в сторону действия большей силы снизу вверх



$$dP_n = dP_2 - dP_1 = \rho \cdot g \cdot h_2 - \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot dS = \rho \cdot g \cdot dw$$

Разность этих сил по всему объему этого тела будет равна

$$\bar{P}_n = \int_W dP_n = \int_W \rho \cdot g \cdot dw = \rho \cdot g \cdot W$$



Результирующая сила давления жидкости на погруженное в нее тело равна по величине и противоположна по направлению всей жидкости в объеме вытесненной телом. Эта сила имеет в качестве линии действия вертикальную прямую, проходящую через центр тяжести этого объема.

$G > P_n$ - тело тонет;

$G < P_n$ - тело всплывает;

$G = P_n$ - тело плавает;

$$G = \rho_t g W$$

Лекция 4. Кинематика жидкости

1. Методы изучения движения жидкости.
2. Линии тока в жидкости. Элементарная струйка. Поток жидкости и его элементы.
3. Живое сечение. Смоченный периметр.
4. Напорные и безнапорные потоки.
5. Гидравлический радиус. Эквивалентный диаметр.
6. Расход и средняя скорость.
7. Уравнение неразрывности.

Кинематика жидкости существенно отличается от кинетики твердого тела. Если отдельные частицы абсолютно твердого тела связаны между собой, то в движущейся жидкой среде такие связи отсутствуют; эта среда состоит из множества частиц, движущихся одна относительно другой.

Таким образом, задачей кинематики жидкости является определение скорости в любой точке жидкой среды, т.е. нахождение поля скоростей.

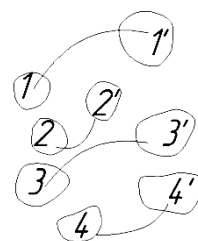
Давление в движущейся идеальной жидкости обладает теми же свойствами, что и в неподвижной жидкости.

1. Методы изучения движения жидкости.

Жидкость представляет собой физическое тело, состоящее из бесконечно большого числа бесконечно малых частиц. С большой степенью точности мы можем рассматривать жидкое тело как сплошную среду, эта модель позволяет значительно упростить решение большинства гидравлических задач. Тем не менее, нередко случаи, когда уровень исследования движения жидкого тела требует глубокого знания физических процессов происходящих в движущейся жидкости на молекулярном уровне. В таких случаях вполне удобная модель сплошной среды может оказаться неприемлемой.

Исходя из практики изучения гидравлики как прикладной дисциплины, можно упомянуть два метода изучения движения жидкости: метод Лагранжа и метод Эйлера.

Описание движения жидкости методом Лагранжа сводится к рассмотрению положения частиц жидкости (в полном смысле слова) в любой момент времени. Так в начальный момент времени частицы находились в точках 1, 2, 3 и 4. По истечении некоторого времени они переместились в точки: 1', 2', 3' и 4', причём это перемещение сопровождалось изменением объёмов и форм частиц (упругой деформацией). Тогда можно утверждать, что частицы жидкости при своём движении участвуют в трёх видах движения (поступательном, вращательном и деформации). Для описания такого сложного движения жидкости необходимо, таким образом, определить как траектории частиц, так и гидравлические характеристики частиц (плотность ρ , температуру T и скорость u) в функции времени и координат.



$$\left. \begin{aligned} x &= x(a, b, c, t) \\ y &= y(a, b, c, t) \\ z &= z(a, b, c, t) \\ \rho &= \rho(a, b, c, t) \\ T &= T(a, b, c, t) \\ u &= u(a, b, c, t) \end{aligned} \right\}$$

Переменные a , b , c , и t носят название переменных Лагранжа. Задача сводится к решению систем дифференциальных уравнений в частных производных для каждой частицы жидкости.

Метод Лагранжа ввиду громоздкости и трудности решения может использоваться в случаях детального изучения поведения лишь отдельных частиц жидкости. Использование этого метода для инженерных расчётов не рентабельно.

Суть другого метода, метода Эйлера заключается в том, что движение жидкости подменяется изменением поля скоростей. Под полем скоростей понимают некоторую достаточно большую совокупность точек бесконечного пространства занятого движущейся жидкостью, когда в каждой точке пространства в каждый момент времени находится частица жидкости с определённой скоростью (вектором скорости). Припишем неподвижным точкам пространства скорость частиц жидкости, которые в данный момент времени находятся в этих точках. Поскольку пространство бесконечно и непрерывно, то мы имеем массив данных о скоростях достаточно полный, чтобы определить (задать) поле в каждой его точке. Условно, но с достаточной точностью такое поле можно считать непрерывным.

Несмотря на то, что исходные условия создания модели движущейся жидкости довольно сложные, тем не менее, метод Эйлера весьма удобен для расчётов.

Построение поля скоростей осуществляется следующим образом:

Представим некоторое неподвижное пространство, занятое движущейся жидкостью через каждую точку которой проходят непрерывно частицы жидкости с той или иной скоростью $v(v_x; v_y; v_z)$. В различные моменты времени и в различные места неподвижного пространства скорость частиц будут различны. В общем случае это пространство можно охарактеризовать полем скоростей. Дать закон изменения этого поля – значит выразить скорость, а следовательно и ее проекции на оси координат как функцию четырех аргументов, а именно времени t , и координат x, y, z , неподвижного пространства.

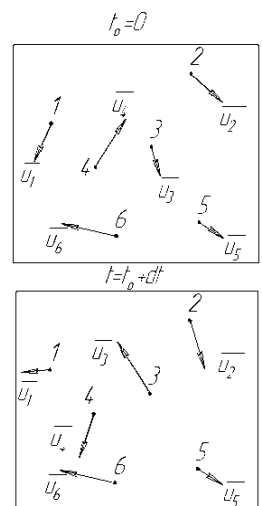
$$\left. \begin{aligned} v_x &= v_x(x, y, z, t) \\ v_y &= v_y(x, y, z, t) \\ v_z &= v_z(x, y, z, t) \end{aligned} \right\} \text{ этот способ описания движения жидкости – способ Эйлера}$$

Соответственно величины x, y, z и t – переменные Эйлера.

Если в каждой точке неподвижного пространства, занятого движущейся жидкостью, скорости со временем изменяются, то движение жидкости называется неустановившимся (нестационарным).

Поле скоростей движения жидкости иногда называют гидродинамическим полем по аналогии с электромагнитным, тепловым и др. полями. Это определение не противоречит физической стороне процесса движения жидкости. Анализируя состояние гидродинамического поля на разные моменты времени $t=t_0$ и $t=t_0+dt$, можно отметить, что с течением времени поле изменилось, несмотря на то, что в отдельных точках 5 и 6 скорости остались постоянными ($\bar{u}_5 = \bar{u}'_5$ и $\bar{u}_6 = \bar{u}'_6$). Такое поле называют нестационарным гидродинамическим полем. В частном случае, когда во всех точках неподвижного пространства с течением времени предыдущие частицы жидкости сменяются другими с такими же скоростями, то поле скоростей во времени не меняется. Такое гидродинамическое поле называют стационарным.

Если в каждой точке неподвижного пространства, занятого движущейся жидкостью, скорости не зависят от времени, то движение жидкости называется установившимся (стационарным) и описывается уравнениями.

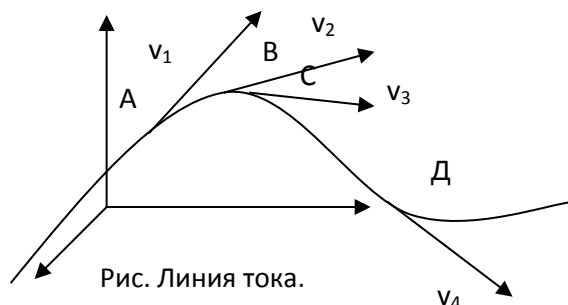


$$\begin{cases} v_x = v_x(x, y, z) \\ v_y = v_y(x, y, z) \\ v_z = v_z(x, y, z) \end{cases}$$

2. Линии тока в жидкости. Элементарная струйка. Поток жидкости и его элементы.

Основной кинематической характеристикой гидродинамического поля является линия тока. Траектории частиц жидкости при установившемся течении являются неизменными по времени, а при неустановившемся течении траектория различных частиц, проходящих через данную точку пространства, могут иметь разную форму. Поэтому для рассмотрения картину течения, возникающей в каждый данный момент времени, вводится понятие линии тока.

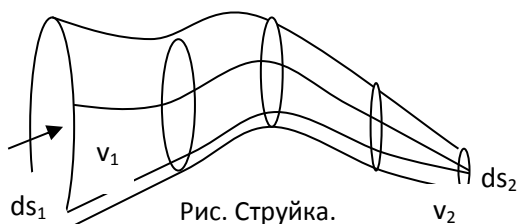
Линией тока называется кривая, в каждой точке которой вектор скорости в данный момент времени направлен по касательной. В условиях установившегося течения линия тока совпадает с траекторией частицы и не изменяет своей формы с течением времени. Проведем через А линию ABCD так, чтобы векторы скорости жидкости в данный момент времени t были направлены по касательной к ней в каждой ее точке, такая линия является линией тока, если движение неустановившееся, то в



следующий момент времени t_2 может проходить другая линия тока A', B', C', D' . При установившемся движении каждая линия тока сосредотачивает свое положение в пространстве, она одновременно становится линией, по которой перемещаются частицы жидкости, т.е. совпадает с траекторией. Так как вектор скорости v_1, v_2, v_3, v_4 касателен к линии тока, т.е. совпадает по направлению с элементами линии тока dl и согласно условию параллельности 2-х векторов мы можем записать

$$\frac{dx}{dx} = \frac{dy}{dy} = \frac{dz}{dz} \text{ - дифференциальное уравнение линии тока}$$

Линии тока не могут пересекаться, так как если бы это случилось, то в точке пересечения линии токов скорость должна была бы иметь 2 направления, что невозможно.



Если в движущейся жидкости взять бесконечно малый замкнутый контур и через все его точки провести линии тока, то образуется трубчатая поверхность, называемая трубкой тока. Часть потока, заключенная внутри трубки тока, называется элементарной струйкой. При стремлении поперечных размеров струйки к нулю она в пределе стягивается в линию тока.

Живым сечением, или просто сечением потока, называется в общем случае поверхность в пределах потока, проведенная нормально к линии тока.

Поток можно представить непрерывной поверхностью элементарных струек, такая модель называется струйной моделью потока жидкости. Под потоком жидкости в гидравлике подразумевают движение массы жидкости, ограниченной системой поверхностей твердых тел, а в общих случаях поверхностью соприкасаемых жидкостей и разнообразных тел.

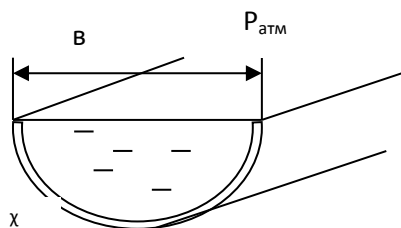
Сечение трубки тока, нормальное к линиям тока называется живым сечением элементарной струйки dS . При установившемся движении жидкости понятия линии тока и траектории движения частицы жидкости совпадают. Объем жидкости протекающий через живое сечение элементарной струйки в единицу времени называется расходом элементарной струйки. $dQ = \frac{dW}{dt}$

где: dW —объем жидкости, протекающий через живое сечение трубки тока за время dt

dQ —расход жидкости в живом сечении трубки тока. Размерность расхода жидкости в системе СИ -м/с.

Гидродинамическое поле считается потенциальным (безвихревым), если в этом поле отсутствует вихревое движение жидкости. В потенциальном поле может существовать лишь поступательное или криволинейное движение жидкости

2. Живое сечение. Смоченный периметр.

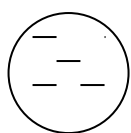


Поперечное сечение элементарных струек образует живое сечение потока. Живое сечение – это поверхность каждой точки которой вектор местной скорости (в данной точке до сечения) направлен к ней по нормали. Площадь такой поверхности – площадь живого сечения. Если векторы скоростей всех элементарных струек в живом сечении имеют одно направление, то живым сечением называют плоскость перпендикулярных этому направлению. В инженерной практике живые сечения, как правило,

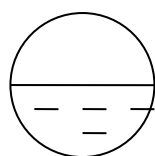
предполагают плоскими.

Боковая поверхность струйного потока образуется совокупностью линии тока и поэтому непроницаема для частиц жидкости. Боковую поверхность струйного потока можно разделить на две части, одна из них смоченная поверхность на контакте боковой поверхности потока со стенками, вторая часть – свободная поверхность, когда жидкость имеет на контакте с газообразной средой (атмосферой).

Часть контура живого сечения, соприкасающегося с твердой поверхностью – называется смоченным периметром (χ).



Напорная



Безнапорная
труба

3. Напорные и безнапорные потоки.

Различают напорные и безнапорные течения жидкости. Напорными называют течения в закрытых руслах без свободной поверхности, а безнапорными – течения со свободной поверхностью. При напорных течениях давление вдоль потока обычно переменное, при безнапорном – постоянное (на свободной поверхности) и чаще всего атмосферное.

Встречаются потоки в виде струй по всей боковой поверхности, контактирующие с газообразной или жидкой средой. У напорных потоков смоченный периметр равен всему периметру сечения. У безнапорных составляет только часть. У струй – отсутствует.

4. Гидравлический радиус. Эквивалентный диаметр.

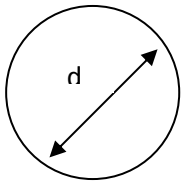
Сила трения жидкости о смоченную поверхность зависит от его площади, чем больше смоченная поверхность, тем больше сила трения. Для оценки этого влияния используется понятие гидравлического радиуса – отношение площади живого сечения к смоченному периметру.

$$R = \frac{S}{\chi} \quad \text{— Эта величина характеризует удельную (т.е. приходится на единицу длины}$$

смоченного периметра) площадь живого сечения.

Поток с наибольшим гидравлическим радиусом при прочих равных условиях имеет min силу трения, приложенную к смоченной поверхности.

Из всех геометрических фигур минимальным периметром при одной и той же площади обладает круг, следовательно, напорные потоки круглого сечения по сравнению с другими потоками другой формы живого сечения, имеет наибольший гидравлический радиус и минимальное сопротивление движения.



Это обстоятельство объясняет круглое сечение труб. Для круглой трубы с внутренним d при сплошном заполнении ее жидкостью гидравлический радиус равен: $R = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4}$

Диаметр выраженный через гидравлический радиус представляет собой эквивалентный диаметр $d_{\text{экв}} = 4R = \frac{4S}{\chi}$ « χ (хи)»

Эквивалентный диаметр равен диаметру гипотетическому (воображаемому) трубопровода круглого сечения для которого отношения площади к смоченному периметру тоже, что и для данного трубопровода не круглого сечения.

5. Расход и средняя скорость.

Расходом называется количество жидкости, протекающее через живое течение потока (струйки) в единицу времени. Это количество можно измерить в единицах объема, в весовых единицах или единицах массы, в связи, с чем различают объемный Q , весовой Q_G , и массовый Q_m расходы.

$$dq = v dS$$

$$Q = \int_S dq = v \cdot S$$

Поток жидкости состоит из большого количества элементарных струек и общий объем расхода может выражать их суммой. Объемный расход потока жидкости есть объемное количество жидкости протекающее в единицу времени через какое-либо сечение потока

$$Q = \frac{V}{t}$$

Средняя скорость в сечении представляет собой такую воображаемую, одинаковую для всех точек сечения способность, при которой происходил бы тот же расход, который практически имеет место при действительных скоростях различных для разных точек сечения.

$Q = vS$ – формула расхода

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

$$Q_m = \frac{M}{t} = \frac{\rho V}{t} = \rho Q \text{ - массовый расход} \quad Q_G = \frac{G}{t} = \rho g Q \text{ - весовой расход}$$

6. Уравнение неразрывности.

Для двух сечений элементарных струек

$$dq_1 = v_1 dS_1; \quad dq_2 = v_2 dS_2; \quad dq_1 = dq_2$$

dq_1 не может быть больше dq_2 , иначе пространство между сечениями должно возрасти. Так же dq_1 не может быть меньше dq_2 , иначе в указанном пространстве между сечениями образуется пустота, разрыв сплошности $dq_1 = dq_2$

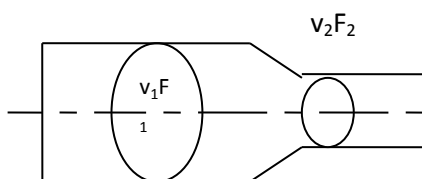


Рис.2 Неразрывность потока

$$v_1 dS_1 = v_2 dS_2$$

Для потока жидкости уравнение неразрывности

$$Q_1=Q_2$$

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Из последнего уравнения следует, что средние скорости в потоке несжимаемой жидкости обратно пропорциональны площадям сечений:

$$v_{cp1}/v_{cp2}=S_2/S_1$$

Лекция 5

Моделирование и подобие гидравлических явлений

1. Виды моделирования
2. Теория подобия
3. Критерии гидродинамического подобия
4. Режимы движения жидкости

1. Виды моделирования

Наряду с аналитическими расчетами гидравлических задач широко применяются экспериментальные исследования гидравлических явлений, происходящих при движении жидкости. Сочетание теоретических расчетов и экспериментальных данных позволяет получать надежные и точные результаты для последующего их использования.

Обычно гидравлическое исследование явлений, происходящих в натуральных условиях, проводятся в лабораториях на моделях. В результате исследований на моделях получают поправочные коэффициенты к теоретическим формулам или эмпирические формулы, отражающие зависимости между параметрами, которые характеризуют изучаемое явление.

Различают *физическое* и *математическое* (аналоговое и численное) моделирование.

При *физическом* моделировании на модели исследуется явление, имеющее такую же физическую природу, что и происходящее в натуре (например, истечение воды через водослив в натуре и на модели).

Математическое моделирование предусматривает математическое описание модели изучаемого процесса. Если предмет исследования в натуре и на модели имеют различную физическую природу, но описываются аналогичными системами математических уравнений, то моделирование называется *аналоговым*, например, изучение напорного движения грунтовых вод с помощью метода электрогидродинамических аналогий для решения фильтрационных задач. Физическое моделирование можно рассматривать как частный случай аналогового моделирования, когда явления однородные.

Численное моделирование представляет собой решение гидравлических задач с помощью численных методов на ЭВМ без выполнения лабораторных исследований. Часто исследования проводятся с применением различных видов моделирования (например, совместное использование физического и численного моделирования).

2. Теория подобия

Теория подобия дает ответ на вопрос, как следует поставить эксперимент и обработать полученные результаты и на какие процессы их можно распространить, установить условия эксперимента, при котором число опытов будет минимальным; определить наименьшее количество измеряемых величин и правильно обработать результаты экспериментов, установить области применимости полученных результатов.

Теоремы подобия

Первая теорема подобия была сформулирована И.Ньютоном. Согласно теореме, при подобии систем всегда могут быть найдены такие безразмерные комплексы величин, которые для сходственных точек данных систем одинаковы, т.е. *подобные между собой явления имеют численно равные критерии подобия*.

Вторая теорема подобия была доказана Бэкингом, Федерманом и Афанасьевой-Эренфест. Согласно теореме *любая зависимость между переменными, характеризующими какое-либо явление, может быть представлена в виде зависимости между соответствующими критериями в форме уравнения подобия (критериального уравнения)*.

Третья теорема подобия (теорема М.В. Кирпичева и А.А. Гухмана) формулирует необходимые и достаточные условия подобия явлений: *подобны те явления, которые описываются одной и той же системой дифференциальных уравнений и у которых соблюдается подобие условий однозначности*.

Условиями однозначности называют условия, позволяющие из бесконечного большого числа решений системы дифференциальных уравнений выделить единственное, отвечающее условиям данной задачи. К условиям однозначности относятся геометрические условия, характеризующие размеры и форму; физические свойства среды; граничные условия, характеризующие взаимодействия среды с телами, ограничивающими объем, в котором протекает процесс; начальные условия системы, т.е. ее состояние в момент, когда начинается изучение процесса.

Критерии подобия, которые составлены только из величин, входящих в условия однозначности, называют **определяющими**. Критерии, включающие также величины, которые не являются необходимыми для однозначной характеристики данного процесса и сами зависят от этих условий, называются **определяемыми**.

Теория подобия позволяет распространить результаты одного опыта на группу подобных процессов в пределах данного класса путем особого способа задания условий однозначности. Поэтому экспериментальные данные, полученные на модели можно переносить на промышленный объект, т.е. моделировать процесс.

В основе моделирования лежат общие условия **механического подобия** в том случае, если в них одинаково отношение всех геометрических элементов, одинаково отношение плотностей, кинематических параметров, сил, действующих в соответственных точках и направлениях.

Для полного механического подобия явлений (потоков) необходимо их геометрическое, кинематическое и динамическое подобие.

Геометрическое подобие служит основой для кинематического и динамического подобия. Два потока геометрически подобны, если между их соответствующими линейными размерами существует постоянное отношение

$$L_H/L_M = D_H/D_M = M_L$$

$$S_H/S_M = M_S = M_L^2$$



M_L – геометрический линейный масштаб модели, показывающий во сколько раз геометрические линейные размеры модели изменены по сравнению с натурой.

В геометрически подобной модели русла все размеры, в том числе и высота выступов шероховатости, должны быть меньше, чем в натуре, в M раз, и, следовательно, в подобных потоках относительная шероховатость Δ/R такая же, как и в натуре:

$$(\Delta/R)_H = (\Delta/R)_M = idem \text{ («одно и тоже»)}$$

Два потока (явления) **кинематически подобны**, если (для установившегося движения) траектории, описываемые двумя сходственными частицами обоих потоков, геометрически подобны. В этом случае геометрически подобны и линии токов, проходящие через сходственные точки пространства обоих потоков.

$$t_H/t_M = M_t$$

$$v_H/v_M = M_v$$

M_t , M_v – масштабы времени и скорости одинаковые для любой пары сходственных точек.

Для **динамического подобия** необходимо, чтобы все силы одинаковой природы, действующие на любую пару сходственных элементов, отличались друг от друга лишь постоянными масштабами (были подобны). Если на некоторый элемент потока в натуре действует сила P_n , а на сходственный элемент потока модели действует одинаковая по природе с ней сила P_m , то

$$P_n/P_m = M_p$$

M_p – масштаб сил, одинаковый для любой пары сходственных точек.

Потоки жидкости, удовлетворяющие одновременно условиям геометрического, кинематического и динамического подобия, называются **гидродинамически подобными** потоками, а M_p, M_t, M_v, M_l и т.д. – масштабными множителями.

Для механических систем основополагающую роль играет 2 закон Ньютона:

$$F = m \cdot a = m \frac{dv}{d\tau}$$

Приведем уравнение к безразмерному виду, для этого разделим обе части уравнения на правую часть:

$$\frac{F \cdot d\tau}{m \cdot dv} = 1 \Rightarrow \frac{F \cdot \tau}{m \cdot v} = 1$$

$v = \frac{L}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{L}{v}$, подставим в формулу и получим $\frac{FL}{mv^2} = Ne$ - **критерий Ньютона**.

L – линейный размер

Для двух подобных потоков (натуры и модели) выполнение критерия Ньютона соблюдается при условии: $Ne_n = Ne_m$

Можно вывести данный критерий с помощью масштабных множителей. Равнодействующие силы, которые действуют на две сходственные жидкие частицы в натуре и на модели, могут быть представлены в виде:

$$P_n = \rho_n V_n a; \quad P_m = \rho_m V_m a$$

Их отношение можно представить в масштабных множителях:

$$\frac{P_n}{P_m} = M_P = M_\rho M_l^3 M_a = M_\rho M_l^4 M_t^{-2},$$

Т.к. $M_a = M_l M_t^{-2}$. В уравнение можно ввести масштабный множитель скорости $M_v = M_l / M_t$:

$$M_P = M_\rho M_l^2 M_v^2 \text{ или } M_P M_\rho^{-1} M_l^{-2} M_v^{-2} = 1$$

Это выражение есть закон подобия Ньютона в масштабных множителях. Заменяя, масштабные множители соответствующими отношениями получим:

$$\frac{P_n}{\rho_n l_n^2 v_n^2} = \frac{P_m}{\rho_m l_m^2 v_m^2}, \quad \frac{P}{\rho l^2 v^2} = Ne$$

$Ne_n = Ne_m$ Таким образом, гидродинамическое подобие явлений требует равенства критериев Ньютона, соответствующих модели и натуре.

3. Критерии гидродинамического подобия

Движение жидкости в природе совершается под действием различных сил: тяжести, давления, трения, поверхностного натяжения.

Подобие потоков при обладании сил тяжести

$$\frac{FL}{mv^2} = Ne \Rightarrow \frac{m \cdot g \cdot L}{mv^2} = \frac{g \cdot L}{v^2} = \frac{1}{Fr} - \text{Критерий Фруда}$$

Характеризует отношение сил инерции к силе тяжести

Подобие потоков при обладании сил трения

Закон внутреннего трения Ньютона: $F = S \cdot \eta \frac{dv}{dL}$ подставим в формулу критерия Ньютона. $\eta = \rho \cdot \nu$ -

динамический коэффициент вязкости; масса - $m = \rho \cdot L^3$

$$\frac{\left(L^2 \cdot \eta \frac{dv}{dL} \right) \cdot L}{m \cdot v^2} = \frac{L^2 \cdot \rho \cdot \nu \cdot \nu}{\rho \cdot L^3 \cdot v^2} = \frac{\nu}{v \cdot L} = \frac{1}{Re} - \text{критерий Рейнольдса}$$

Критерий Рейнольдса характеризует отношение силы инерции к силе трения.

Подобие потоков при изменении гидростатического давления

Сила гидростатического давления равна: $F = \Delta p \cdot S = \Delta p \cdot L^2$, масса: $m = \rho \cdot L^3$, подставим в формулу критерия Ньютона.

$\frac{\Delta p \cdot L^3}{\rho \cdot L^3 \cdot v^2} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot v^2} = Eu$ - **Критерий Эйлера** представляет собой отношение силы гидростатического давления к силе инерции. Где где, Δp – перепад давления.

Безразмерные комплексы

Наименование	Символ, формула	Сопоставляемые эффекты	Примечания
Число Рейнольдса	$Re = \frac{vl}{\nu}$	Силы инерции и трения (или перенос количества движения конвекций и внутренним трением)	ν – скорость, l – длина, ν – кинематический коэффициент вязкости
Число Фруда	$\frac{1}{Fr} = \frac{gl}{v^2}$	Силы инерции и гравитации	g – ускорение свободного падения
Число Эйлера	$Eu = \frac{\Delta p}{\rho v^2}$	Силы давления и инерции	Δp – перепад давления, ρ – плотность
	$La = \frac{\Delta p l}{\mu v}$	Силы давления и трения	μ – динамический коэффициент вязкости
		Силы гравитации и трения	

Число Лагранжа	$Ga = \frac{gl^3}{\nu^2}$	Подъемная сила и сила трения	—
Число Галилея	$Ar = \frac{gl^3}{\nu^2} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho}$	Термическая подъемная сила и сила трения	$\Delta\rho$ — разность плотностей
Число Архимеда	$Gr = \frac{gl^3}{\nu^2} \cdot \beta\Delta T$		β — коэффициент объемного расширения, ΔT — разность температур
Число Грасгофа	$Nu = \frac{al}{\lambda}$	Перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью через неподвижный пристеночный слой жидкости	a — коэффициент теплоотдачи, λ — теплопроводность жидкости
Число Нуссельта	$Pe = \frac{\nu l}{a}$	Перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью	
	$Bi = \frac{al_0}{\lambda}$	Внутреннее и внешнее термические сопротивления	—
		Интенсивность изменения температуры в окружающей среде и внутри тела	λ — теплопроводность твердой стенки, l_0 — определяющий размер
Число Пекле	$Fo = \frac{a\tau}{l^2}$	Перенос количества движения и теплоты посредством молекулярного механизма	—
Критерий Био	$Pr = \frac{\nu}{a}$		—
Число Фурье			

Критерий Прандтля			
-------------------	--	--	--

4. Режимы движения жидкости

При проведении многочисленных экспериментов с потоками движущейся жидкости было неоднократно подмечено, что на величину гидравлических сопротивлений кроме физических свойств самой жидкости, формы и размеров каналов, состояния их стенок, существенное влияние оказывает особенности движения частиц жидкости в потоке. Впервые теоретическое обоснование этой зависимости английский физик Осборн Рейнольдс. Суть его эксперимента заключалась в следующем.

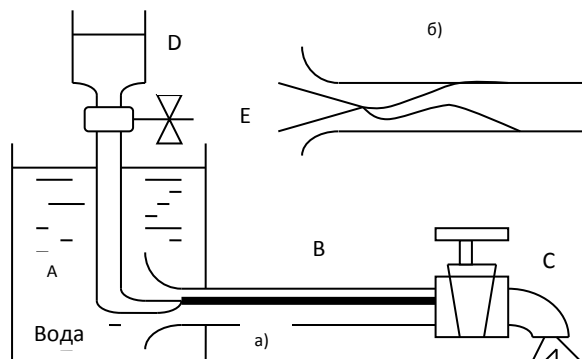


Рис. Схема прибора для демонстрации режимов течения.

Он состоит из резервуара А с водой, от которого отходит стеклянная труба В с краном С на конце, и сосуда Д с водным раствором той или иной краски, которая может по трубке вводиться тонкой струйкой внутрь стеклянной трубы В.

В ёмкость А достаточно большого объёма была вставлена длинная (не менее 20 диаметров) стеклянная трубка В. На конце этой трубки устанавливался кран С для регулирования расхода жидкости. Измерение расхода жидкости осуществлялось с помощью мерной ёмкости В, расположенной в конце трубки. Из малого бачка Д с помощью тонкой изогнутой трубки по центру основной трубки вводилась подкрашенная жидкость. Её расход также регулировался с помощью краника Е. Уровень жидкости в основном баке А поддерживался постоянным. Плавно меняя расход жидкости в трубке, Рейнольдс отметил, что при малых скоростях движения жидкости подкрашенная струйка жидкости текла по центру потока жидкости, не смешиваясь с остальной жидкостью потока. Однако при определённой скорости жидкости подкрашенная струйка жидкости теряла свою устойчивость и, в конечном итоге, частицы окрашенной жидкости перемешивались с остальной жидкостью. При снижении скорости движения жидкости положение восстанавливалось: хаотичное движение частиц жидкости снова становилось упорядоченным. Рейнольдс менял длину и диаметр трубки, вязкость жидкости, количество подкрашенных струек жидкости и установил, что эффект перемешивания (смена режима течения жидкости) зависит от скорости движения жидкости, её вязкости и от диаметра трубки, причём при увеличении вязкости жидкости для смены режима течения жидкости требовалась большая скорость. Отсюда Рейнольдс сделал вывод, что смена режима движения жидкости зависит от целого комплекса параметров потока, а именно от соотношения:

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

где, ρ – плотность;

μ - коэффициент динамической вязкости жидкости или газа, Па·с;

ν - коэффициент кинематической вязкости, м²/с;

которое получило название **числа Рейнольдса**. Число Рейнольдса оказалось безразмерной величиной, представлявшей собой отношение сил инерции к силам вязкостного трения. Была установлена и критическая величина числа Рейнольдса, при котором происходила смена режима движения жидкости $Re_{кр}$, она оказалась равной 2320.

Режимы движения жидкости

Режим движения жидкости, при котором наблюдалось плавное, слоистое движение жидкости был назван **ламинарным** (слоистым) режимом движения жидкости. Режим движения жидкости сопровождавшийся хаотическим движением частиц жидкости в потоке был назван **турбулентным** (беспорядочным). Важным оказалось то обстоятельство, что при смене режима движения существенно менялась зависимость величины гидравлических сопротивлений от скорости движения жидкости.

Теория ламинарного течения жидкости основывается на законе трения Ньютона. Это трение между слоями движущейся жидкости является единственным источником потерь энергии.

Если скорость воды в трубе увеличивать сверх определенного предела, то окрашенная струйка сначала приобретает волнообразное движение, а затем начинает размываться, смешиваясь с основной массой воды. Это объясняется тем, что отдельные частицы жидкости движутся уже не параллельно друг другу и оси трубы, а перемешиваются в поперечном направлении.

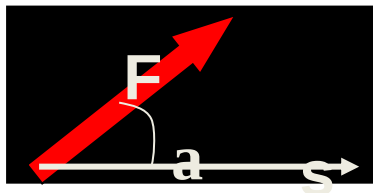
В турбулентном потоке происходят пульсации скоростей, под действием которых частицы жидкости, движущиеся в главном (осевом) направлении, получают также поперечные перемещения, приводящие к интенсивному перемешиванию потока по сечению и требующие соответственно большей затраты энергии на движение жидкости, чем при ламинарном потоке.

Так при $Re < 2320$ течение обычно является ламинарным, поэтому данную область называют устойчивого ламинарного режима течения. При $Re > 2320$ чаще всего наблюдается турбулентный характер движения. Однако при $2320 < Re < 10000$ режим течения еще неустойчиво турбулентный (переходный). Лишь при $Re > 10000$ турбулентное движение становится устойчивым (развитым).

Лекция 6. Динамика жидкостей

1. Энергия и работа
2. Динамика идеальной жидкости
 - 2.1. Дифференциальное уравнение Эйлера движения идеальной жидкости (при установившемся движении) и уравнение Бернулли.
 - 2.2. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости
 - 2.3. Интерпретация уравнения Бернулли
3. Динамика реальной (вязкой жидкости)
 - 3.1. Система дифференциальных уравнений Навье - Стокса
 - 3.2. Уравнение Бернулли для элементарной струйки вязкой жидкости
 - 3.3. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

1. Энергия и работа



Энергия - определяет запас работы, которую может совершить тело, изменяя свое состояние. Работа - скалярное произведение силы на перемещение под действием этой силы.

$$A = F \cdot s \cdot \cos a$$

Энергия – это неустраиваемая работа, математическая абстракция, формула, по которой можно вычислить максимальную работу

$$\eta = \text{работа} / \text{энергия} = A / E - \text{к.п.д. механизма}$$

Кинетическая энергия - это форма энергии, связанная с механическим движением. Кинетическая энергия численно равна работе, которая совершается при уменьшении скорости тела от V до нуля

Потенциальная энергия - неподвижная форма энергии, которую потенциально можно превратить в энергию движения

2. Динамика идеальной жидкости

1.1. Дифференциальное уравнение Эйлера движения идеальной жидкости (при установившемся движении) и уравнение Бернулли.

Уравнение Бернулли тоже вытекает из дифференциальных уравнений Эйлера только для установившегося движения идеальной жидкости.

Для этого силы, под действием которых происходит движение элементарного объема, равны его массе, умноженной на ускорение. Ускорение представляет собой производную скорости по времени.

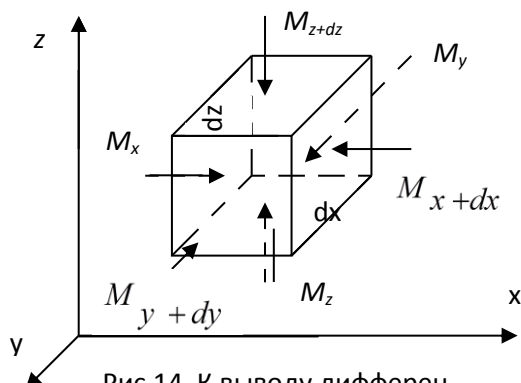


Рис.14. К выводу дифференциального уравнения Эйлера.

В соответствии с основным принципом динамики

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dv_x / dt$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dv_x / d\tau$$

$$\left(-\rho \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z}\right) dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dv_z / d\tau \text{ Упростив уравнения, получим}$$

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{dv_x}{d\tau} &= -\frac{dp}{dx} \\ \rho \frac{dv_y}{d\tau} &= -\frac{dp}{dy} \\ \rho \frac{dv_z}{d\tau} &= -\rho \cdot g - \frac{dp}{dz} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Дифференциальные} \\ \text{уравнение Эйлера} \\ \text{только для} \\ \text{установившегося} \\ \text{движения идеальной} \\ \text{жидкости} \end{array}$$

Умножив, левые и правые части каждого уравнения, соответственно на dx , dy , dz , разделив на плотность ρ жидкости и сложив эти уравнения, учитывая, что производные $\frac{dx}{d\tau}$, $\frac{dy}{d\tau}$ и $\frac{dz}{d\tau}$ выражают проекции v_x , v_y , v_z скорости на соответствующие оси координат, получим

$$v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z = -gdz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right)$$

Слагаемые левой части этого уравнения могут быть представлены

$$d\left(\frac{v_x^2}{2}\right) + d\left(\frac{v_y^2}{2}\right) + d\left(\frac{v_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{2}\right) = d\frac{v^2}{2}$$

Сумма членов, стоящих в скобках в правой части уравнения, представляет дифференциал давления dp . Значит уравнение примет вид

$$d\left(\frac{v^2}{2}\right) = -\frac{dp}{\rho} - gdz$$

Разделив обе части этого уравнения на ускорение свободного падения g и перенеся все его члены в левую часть, находим

$$d\left(\frac{v^2}{2g}\right) + \frac{dp}{\rho g} + dz = 0$$

Сумма дифференциалов может быть заменена дифференциалом суммы,

$$d\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}\right) = 0 \quad \text{откуда}$$

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{const} \quad \text{- это уравнение Бернулли для идеальной жидкости.}$$

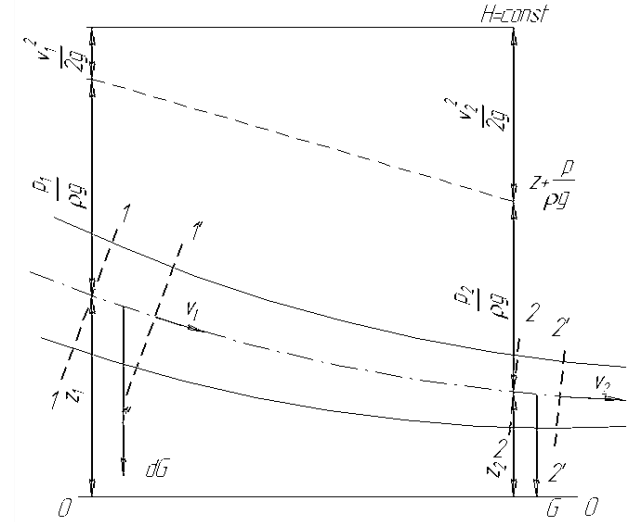
$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = H - \text{Здесь величина } H \text{ называется гидродинамическим напором.}$$

Величина гидродинамического напора постоянна для всех живых сечений элементарной струйки идеальной жидкости.

1.2. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

Выделим двумя нормальными к линиям тока сечениями 1-1 и 2-2 отсек жидкости, который будет находиться под действием сил давления p_1 и p_2 и сил тяжести dG . Под действием этих сил через малый промежуток времени отсек жидкости из своего первоначального положения переместится в положение между сечениями 1'-1' и 2'-2'. Силы давления, приложенные к живым сечениям отсека с правой и с левой сторон имеют противоположные друг другу направления. $p_1 dS_1$ и $-p_2 dS_2$

Перемещение всего отсека жидкости можно заменить перемещением массы жидкости между сечениями: 1-1 и 1'-1' в положение 2-2 и 2'-2', при этом центральная часть отсека жидкости (можно утверждать) своего первоначального положения не меняет и в движении жидкости участия не принимает.



Тогда работа сил давления по перемещению жидкости dA_p можно определить следующим образом:

$$dA_{p_1} = p_1 \cdot v_1 \cdot dS_1 \cdot dt$$

$$dA_{p_2} = -p_2 \cdot v_2 \cdot dS_2 \cdot dt$$

$$dA_p = dA_{p_1} + dA_{p_2} = p_1 \cdot v_1 \cdot dS_1 \cdot dt - p_2 \cdot v_2 \cdot dS_2 \cdot dt$$

Работа сил тяжести будет равна работе по перемещению веса отсека жидкости на разницу уровней $(z_1 - z_2)$.

$$dG = \rho \cdot g \cdot v_1 \cdot dS_1 \cdot dt = \rho \cdot g \cdot v_2 \cdot dS_2 \cdot dt$$

$$dA_G = (z_1 - z_2) dG$$

При перемещении отсека жидкости кинетическая энергия изменится на величину:

$$dE_k = \frac{(v_2^2 - v_1^2) dM}{2} = \frac{(v_2^2 - v_1^2) dG}{2g}$$

Теперь запишем общее уравнение баланса энергии:

$$p_1 \cdot v_1 \cdot dS_1 \cdot dt - p_2 \cdot v_2 \cdot dS_2 \cdot dt + (z_1 - z_2) dG = \frac{(v_2^2 - v_1^2) dG}{2g}$$

Разделив все элементы уравнения на dG и, переместив в левую часть уравнения величины с индексами «1» а в правую - с индексом «2», получим:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = H$$

Это последнее уравнение носит название уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости для двух сечений.

2.3. Интерпретация уравнения Бернулли

Уравнение Бернулли является выражением закона сохранения механической энергии движущейся жидкости, по этой причине все части уравнения представляют собой величины удельной энергии жидкости. Все члены уравнения Бернулли имеют линейную размерность и представляют собой напоры.:

Величину $z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}$ называют полным гидродинамическим напором.

Следовательно, согласно уравнению Бернулли, для всех поперечных сечений установившегося потока идеальной жидкости гидродинамический напор остаётся неизменным. Характеризует удельную механическую энергию.

z - нивелирная высота, называемая также геометрическим, или высотным напором. Представляет собой удельную потенциальную энергию положения в данной точке (в данном сечении);

$\frac{p}{\rho g}$ -напор давления. Характеризует удельную потенциальную энергию давления в данной точке (в данном сечении);

$\left(z + \frac{p}{\rho g} \right)$ -называется полным гидростатическим, статическим или пьезометрическим напором, (пьезометрической высотой) представляет собой высоту, на которую могла бы подняться жидкость при отсутствии движения. Выражает удельную потенциальную энергию в данной точке (в данном сечении);

$\frac{v^2}{2g}$ - скоростной, или динамический напор. Характеризует удельную кинетическую энергию в данной точке (в данном сечении).

3. Динамика реальной (вязкой жидкости)

При изучении движения реальной (вязкой жидкости) можно пойти двумя разными путями: воспользоваться готовыми дифференциальными уравнениями и их решениями, полученными для идеальной жидкости. Учёт проявления вязких свойств осуществляется с помощью введения в уравнения дополнительных поправочных членов уравнения, вывести новые уравнения для вязкой жидкости.

Для практической инженерной деятельности более приемлемым следует считать первый полуэмпирический путь, второй следует использовать лишь в тех случаях, когда требуется детальное изучение процесса движения вязкой жидкости. По этой причине ограничимся лишь записью систем дифференциальных уравнений Навье - Стокса и поверхностным анализом этих уравнений.

2.1. Система дифференциальных уравнений Навье - Стокса

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{dv_x}{dt} &= \rho j_x - \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right] - \\
 &- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\zeta \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right] \\
 \rho \frac{dv_y}{dt} &= \rho j_y - \frac{\partial p}{\partial y} + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \right] - \\
 &- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\zeta \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right] \\
 \rho \frac{dv_z}{dt} &= \rho j_z - \frac{\partial p}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \right] - \\
 &- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\zeta \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right]
 \end{aligned}$$

При $\mu = \text{const}$ и $\zeta = \text{const}$ система уравнений значительно упростится:

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_x}{dt} &= j_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \left(\frac{\zeta}{\rho} + \frac{\nu}{3} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] \\
 \frac{dv_y}{dt} &= j_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right] + \left(\frac{\zeta}{\rho} + \frac{\nu}{3} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] \\
 \frac{dv_z}{dt} &= j_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \left(\frac{\zeta}{\rho} + \frac{\nu}{3} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right]
 \end{aligned}$$

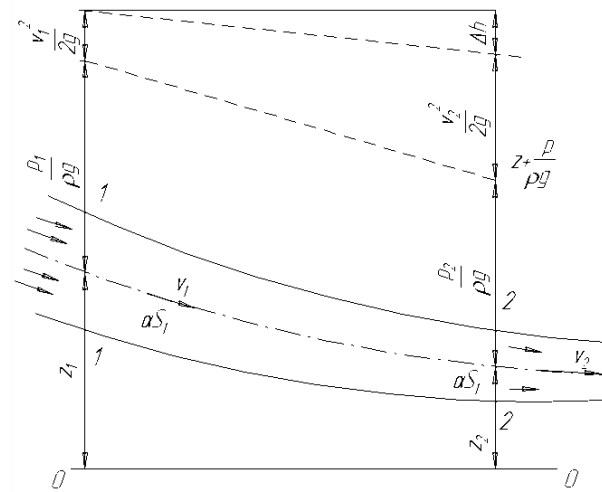
Пренебрегая величинами вторых вязкостей ($\zeta=0$) и считая жидкость несжимаемой ($\rho = \text{const}$), уравнения Навье - Стокса запишутся в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= j_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] \\ \frac{dv_y}{dt} &= j_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] \\ \frac{dv_z}{dt} &= j_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \right\}$$

К уравнениям Навье - Стокса в качестве дополнительного уравнения принимается уравнение неразрывности. Учитывая громоздкость и трудность прямого решения задачи в практической деятельности (в случаях, когда это считается допустимым) решение достигается первым методом (по аналогии с движением идеальной жидкости).

2.2. Уравнение Бернулли для элементарной струйки вязкой жидкости

Выделим в элементарной струйке жидкости двумя сечениями 1-1 и 2-2 отсек жидкости. Отсек жидкости находится под действием сил давления (p_1 и p_2) и сил тяжести на жидкость в отсеке действуют также силы инерции самой движущейся жидкости, а также силы трения, препятствующие перемещению жидкости. В результате действия сил внутреннего трения часть механической энергии жидкости расходуется на преодоление возникающих сопротивлений. По этой причине величины гидродинамических напоров в сечениях будут неодинаковы. Естественно, что $H_1 > H_2$. Тогда разность гидродинамических напоров в крайних сечениях отсеков $H_1 - H_2 = \Delta h$ будут как раз характеризовать потери напора на преодоление сил трения. Эта величина носит название потерь напора на трение $\Delta h = \Delta h_{mp}$



В этом случае уравнение Бернулли примет следующий вид: $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} =$

$$z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{mp}$$

h_{mp} - потери удельной энергии (преобразование потенциальной энергии жидкости в тепловую энергию при трении).

Величина $\frac{h_{mp}}{l} = i$ носит название гидравлического уклона.

2.3. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

При массовом расходе в живом сечении элементарной струйки $dQ_m = \rho \cdot v \cdot dS$ кинетическая энергия жидкости проходящей через это сечение в единицу времени будет равна:

$$dE_k = \frac{\rho \cdot v \cdot dS \cdot v^2}{2} = \frac{\rho}{2} v^3 \cdot dS$$

Суммируя величины кинетической энергии всех элементарных струек проходящих через живое сечение потока жидкости, найдём полную кинетическую энергию для всего живого сечения потока:

$$E_k = \frac{\rho}{2} \int_S v^3 dS$$

С другой стороны, полагая, что скорости во всех элементарных струйках одинаковы и равны средней скорости движения жидкости в живом сечении потока, таким же образом вычислим полную кинетическую энергию в этом же живом сечении потока:

$$E_{cp} = \frac{\rho}{2} \int_S v^3 dS$$

Вполне очевидно, что величины этих энергий не равны, т.е. $E_k > E_{cp}$

Тогда коэффициент, учитывающий неравномерность распределения скоростей по сечению (коэффициент Кориолиса) можно определить как соотношение кинетических

энергий:
$$\alpha = \frac{E_k}{E_{cp}} = \frac{\int_S v^3 dS}{\int_S v^3 dS}$$

Внося эту поправку в уравнение для элементарной струйки жидкости, получим уравнение для потока конечных размеров. Практически $\alpha = 1.0 - 2.0$.

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_{mp}$$

Кроме коэффициента Кориолиса, учитывающего неравномерность распределения кинетической энергии по живому сечению потока, существует аналогичный показатель для величины количества движения, коэффициент Буссинэ α' .

Секундное количество движения для потока жидкости можно определить как интегральную сумму количества движения элементарных масс жидкости, протекающих через бесконечно малые площадки ds в пределах площади всего живого сечения S , т.е.

$$\Theta = \int_S \rho \cdot v \cdot dS \cdot v = \rho \int_S v^2 \cdot dS$$

Аналогичным образом, величина количества движения жидкости в живом сечении при условии равномерного распределения скоростей по сечению потока будет:

$$\Theta_{cp} = \rho v \cdot S \cdot v = \rho \cdot S \cdot v^2.$$

Отсюда коэффициент Буссинэ определится следующим образом:

$$\alpha' = \frac{\int_S v^2 \cdot dS}{\Theta_{cp} \cdot \rho \cdot S \cdot v^2} = \frac{1}{S} \int_S \left(\frac{v}{v} \right)^2 \cdot dS$$

В связи с тем, что величина коэффициента количества движения (коэффициент Буссинэ) невелика и не превышает 1,05, поправкой в расчётах обычно пренебрегают.

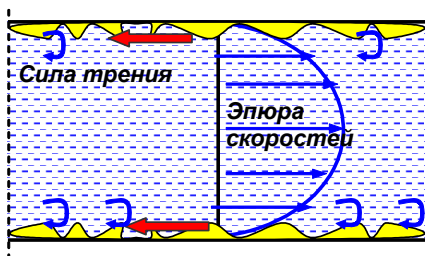
Лекция 7. Гидравлические сопротивления

1. Физическая природа гидравлических сопротивлений
2. Гидравлические сопротивления в уравнении Бернулли
3. Потери по длине. Формула Дарси-Вейсбаха
4. Местные потери. Формула Вейсбаха
5. Гидравлически гладкие и шероховатые трубы
6. Рекомендации для расчетов

1. Физическая природа гидравлических сопротивлений

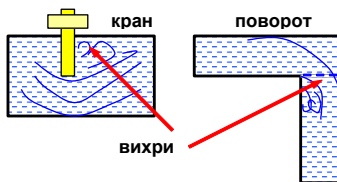
Исследованиями установлено, что при движении жидкости часть полного напора (энергии) затрачивается на преодоление работы вязкостных и инерционных сил, т.е. возникают потери напора.

✓ *Сопротивления по длине*, обусловленные силами трения и обтеканием граничных поверхностей



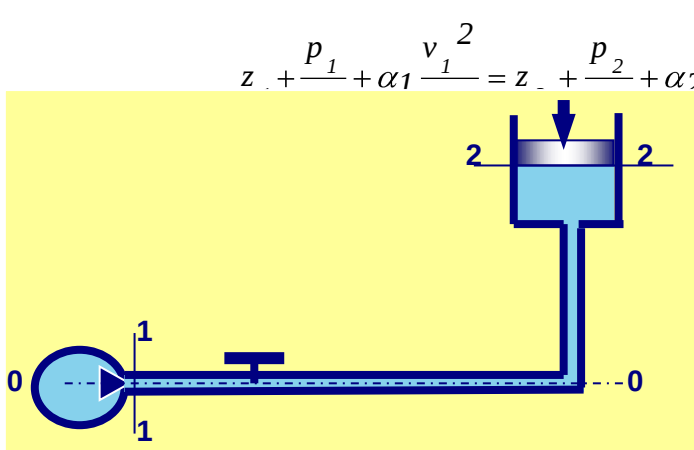
Энергия тратится на работу по преодолению силы трения и на вихреобразование при обтекании микронеровностей стенки турбулентным потоком

✓ *Местные сопротивления*, обусловленные деформацией потока, в связи с препятствиями на его пути



Энергия тратится на работу по преодолению силы инерции при деформации потока и на вихреобразование

2. Гидравлические сопротивления в уравнении Бернулли



$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_{1-2}$$

h_{1-2} - Потери удельной энергии (напора) при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2:

$$h_{1-2} = h_{\text{дл}} + h_{\text{кр}} + h_{\text{пов}} + h_{\text{вых}}$$

местные потери

$$h_{1-2} = h_{\text{дл}} + \Sigma h_{\text{м}}$$

$h_{\text{дл}}$ - сопротивления по длине,

$\Sigma h_{\text{м}}$ - местные сопротивления

3. Потери по длине. Формула Дарси-Вейсбаха

Потери напора, распределённые вдоль всего канала, по которому перемещается жидкость (трубопровод, канал, русло реки и др.), эти потери пропорциональны длине канала и называются потерями напора по длине.

Потери по длине в круглых трубопроводах, работающих полным сечением, вычисляют по формуле Дарси-Вейсбаха:

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{lv^2}{d2g}$$

λ - коэффициент гидравлического трения (Дарси), зависит от режима движения и состояния поверхности трубопровода;

l, d – длина и диаметр трубопровода;

v – средняя скорость движения.

4. Местные потери. Формула Вейсбаха

Другой вид гидравлических сопротивлений, возникающих в местах резкого изменения конфигурации потока, называют местными сопротивлениями, а вызываемые ими потери напора, - местными потерями напора (h_m). Они представляют собой часть полной удельной энергии потока, переходящую в тепло, благодаря работе сил трения, сосредоточенных на участках потока небольшой длины. В потоках, где происходит местная потеря напора, обычно имеют место следующие явления:

- изменение площади живого сечения;
- искривление линий тока;
- образование вихревых областей.

В связи с этим местная потеря напора происходит чаще всего в вентилях, задвижках, тройниках, коленах и т.д.

Основные виды местных потерь напора можно условно разделить на следующие группы:

- потери, связанные с изменением живого сечения потока (или, что тоже, его средней скорости); сюда относятся случаи расширения и сужения (внезапного или постепенного) потока;
- потери, вызванные изменением направления потока, его поворотом (движение жидкости в коленах, угольниках, отводах на трубопроводах);
- потери, связанные с протеканием жидкости через арматуру различного вида (краны, обратные клапаны, сетки, дроссели и т.д.);
- потери, возникшие вследствие отделения одной части потока от другой или смешения двух потоков в один общий (движение жидкости в тройниках, крестовинах и отверстиях в боковых стенках трубопроводов при наличии транзитного расхода).

Местные потери напора при гидравлических расчетах вычисляют по формуле Вейсбаха :

$$h_m = \xi \cdot \frac{v^2}{2g}$$

ξ - коэффициент местного сопротивления, зависит от его вида и конструктивного выполнения (приводится в справочной литературе);

v – средняя скорость движения.

Коэффициенты местных потерь

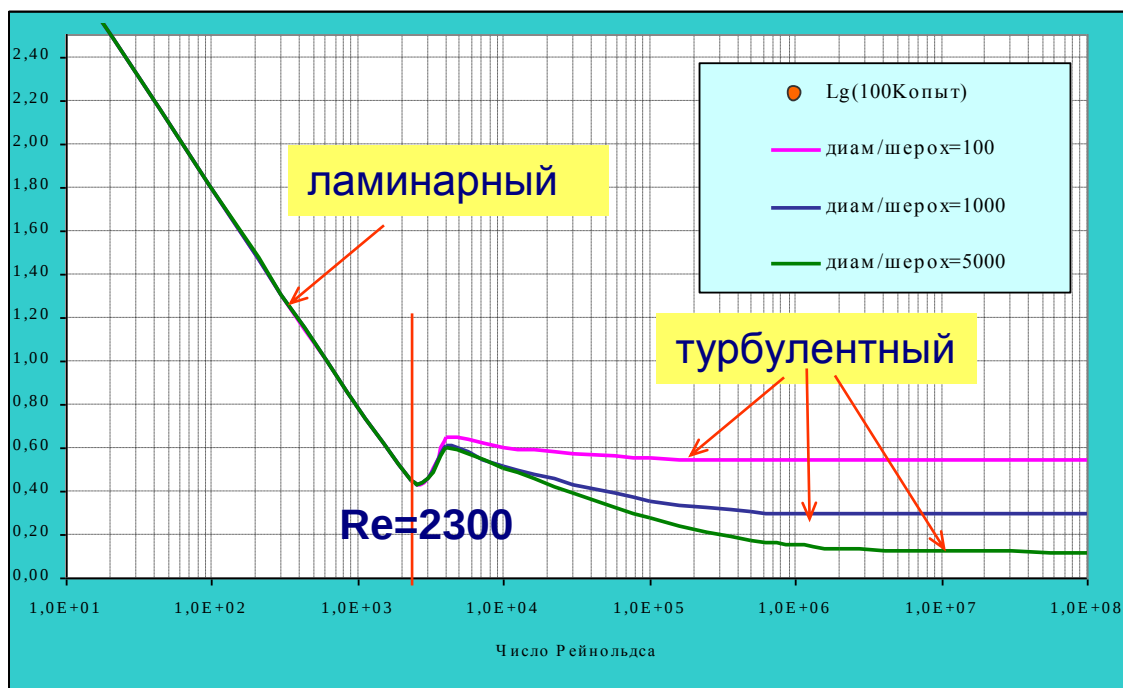
	Вид местного сопротивления	Коэфф. ξ
	Вход в трубу без закругления входных кромок	0,5
	То же, но при хорошо закругленных кромках	0,1
	Выход из трубы в сосуд больших размеров	1
	Резкий поворот без закругления при угле поворота 90°	1,32
	Колено (плавное закругление) при радиусе закругления $(2-7)d$ (d - диаметр трубы)	0,5 – 0,3
	Кран	5-10
	Вход во всасывающую коробку насоса с обратным клапаном	5-10

Коэффициент трения

Важные экспериментальные исследования, посвященные изучению зависимости коэффициента Дарси от числа Re и относительной шероховатости, были проведены И.И. Никурадзе для шероховатых труб и Зегжда для прямоугольных шероховатых лотков (открытых потоков).

Рассмотрим опыт Никурадзе. Стенки труб имели специально созданную равнозернистую шероховатость. Для создания этой шероховатости сначала через калиброванные отверстия отсеивался песок определенных размеров, который затем равномерно наносился на стенки, покрытые слоем лака, песок приклеивался к стенкам труб. Размеры зерен песка принимались за размер выступа шероховатости Δ . В результате были получены трубы с различными значениями относительной шероховатости стенок: Δ/r_0 или Δ/d . В опытах были измерены потери напора и расход, вычислены средние скорости потоков и коэффициенты λ . Для новых стальных труб значение коэффициента λ может находиться по номограмме, составленной Г.А. Муриным.

Опыты И. И. Никурадзе (1933) и Г. А. Мурина



$$\lambda = 64 / Re$$

- ламинарный режим

$$\lambda = 0,11 \cdot (68 / Re + \frac{\Delta_z}{d})^{0,25}$$

- турбулентный режим

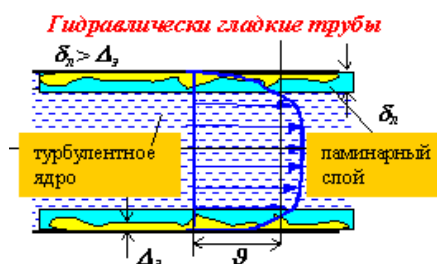
5. Гидравлически гладкие и шероховатые трубы

Гидравлически гладкие трубы

$$\lambda = 0,11 \cdot (68 / Re + \frac{\Delta_z}{d})^{0,25}$$

- турбулентный режим

$$\frac{\Delta_z}{d} \ll 68 / Re; \lambda = 0,11 \cdot (68 / Re)^{0,25}$$



При увеличении скорости движения толщина ламинарного слоя уменьшается. Бугорки шероховатости обтекаются ламинарным потоком и не влияют на сопротивление.

$$Re_\delta = \frac{u_\delta \cdot \delta_l}{\nu} \leq 2300$$

- Условие для определения толщины ламинарного слоя

При переходе от ламинарного движения к турбулентному слоистое (ламинарное) движение сохраняется у стенок трубы, образуя пристенный ламинарный слой толщиной δ_l . Беспорядочное движение в середине трубы, где максимальные скорости, образует турбулентное ядро. По мере развития турбулентности ядро увеличивается, а ламинарный слой δ_l уменьшается. При $\delta_l > \Delta$ трубу называют гидравлически гладкой. В этом случае шероховатость не влияет на движение жидкости. Если $\delta_l < \Delta$, то трубу называют

гидравлически шероховатой, и шероховатость существенно влияет на движение жидкости.

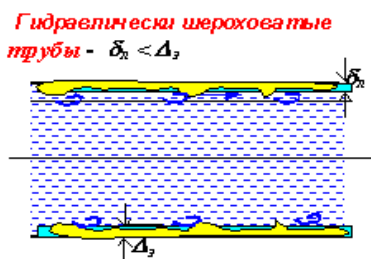
В гидравлически гладких трубах с увеличением числа Рейнольдса эпюра скоростей становится все более наполненной.

Re	v/u_{max}	u_{max}/v
10^4	0,8	1,25
10^5	0,845	1,183
10^6	0,87	1,149
10^7	0,89	1,124
$4 \cdot 10^8$	0,9	1,111

Гидравлически шероховатые трубы

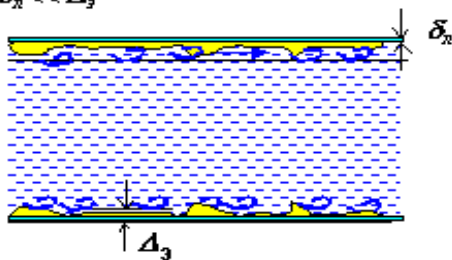
При увеличении скорости толщина ламинарного слоя уменьшается

Бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро, с них срываются вихри. А это дополнительное сопротивление.



$$\lambda = 0,11 \cdot \left(68 / \text{Re} + \frac{\Delta_z}{d} \right)^{0.25}$$

Абсолютно шероховатые трубы $\delta_x \ll \Delta_z$



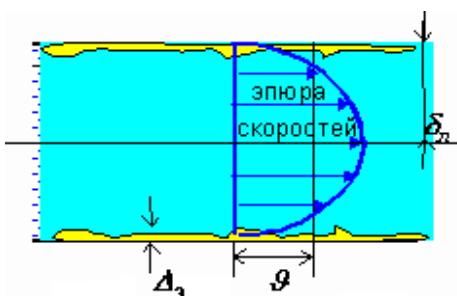
При дальнейшем увеличении скорости

Ламинарный слой очень тонкий. Все бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро и полностью определяют сопротивление трубы.

$$\frac{\Delta_z}{d} \gg 68 / \text{Re}; \lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta_z}{d} \right)^{0.25}$$

Ламинарный режим

Ламинарный режим существует по всему сечению трубы. Бугорки шероховатости покрыты ламинарной пленкой и не оказывают влияния на сопротивление трубы



$$\lambda = 64 / \text{Re} \quad - \text{при ламинарном режиме}$$

6. Рекомендации для расчетов

Зависимость потерь по длине от расхода (ламинарный режим)

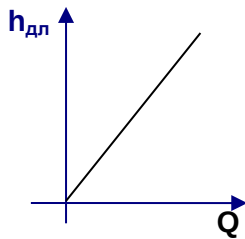
$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

-формула Дарси-Вейсбаха

$$\lambda = 64 / \text{Re}$$

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{64}{\text{Re}} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{64 \cdot v}{v \cdot d} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{32v \cdot l \cdot v}{d^2 g} = \frac{128v \cdot l \cdot Q}{\pi d^4 g}$$

- формула Пуазейля



При ламинарном режиме потери по длине пропорциональны расходу в первой степени.

Зависимость потерь по длине от расхода (турбулентный режим)

Гидравлически гладкие трубы

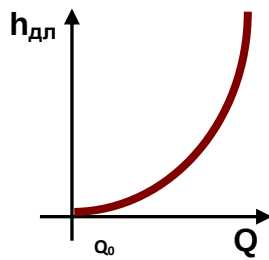
$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{68v}{v \cdot d} + \frac{\Delta \varepsilon}{d} \right)^{0,25}$$

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 0,11 \cdot \left(\frac{68v}{v \cdot d} \right)^{0,25} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \approx v^{1,75} \approx Q^{1,75}$$

Абсолютно шероховатые трубы

Абсолютно шероховатые трубы

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta \varepsilon}{d} \right)^{0,25} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \approx v^2 \approx Q^2$$



При турбулентном режиме потери по длине пропорциональны $Q^{1.75-2}$

Средняя скорость и расход потока при равномерном движении

При равномерном движении жидкости средняя скорость потока, не изменяющаяся по длине определяется по формуле:

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{l}{4R} \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{8gR}{\lambda} \cdot \frac{h_{дл}}{l}}$$

Обозначим $\sqrt{\frac{8g}{\lambda}} = C$ - коэффициент *Шези*

$$v = C\sqrt{RJ}$$

J - гидравлический уклон

Формула Шези для расхода:

$$Q = w \cdot v = wC\sqrt{RJ}$$

Лекция 8

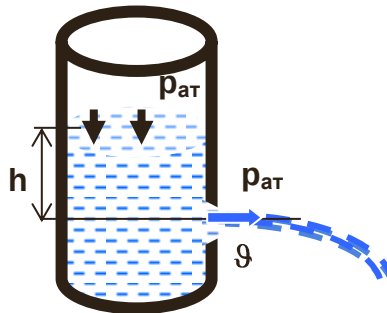
Истечение жидкости через отверстия и насадки

1. Общие понятия истечения жидкости
2. Истечение жидкости через отверстие
3. Истечение жидкости через насадок
4. Сравнение истечения через отверстие и внешний цилиндрический насадок
5. Истечение жидкости при переменном напоре

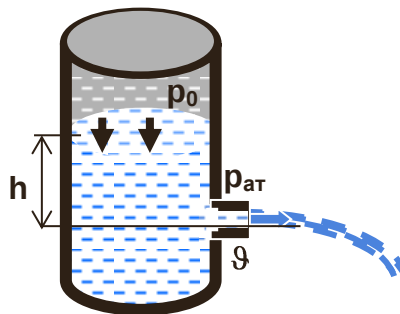
1. Общие понятия истечения жидкости

В процессе истечения потенциальная энергия жидкости превращается в кинетическую энергию вытекающей струи

Истечение через малое отверстие в тонкой стенке



Истечение через внешний цилиндрический насадок

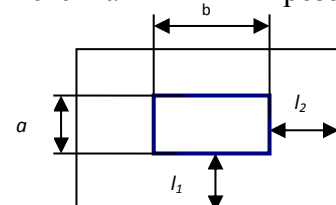


Полное сжатие – характеризуется тем, что струя вытекающей жидкости испытывает сжатие по всему периметру отверстия.

Неполное сжатие – происходит, когда струя подвергается сжатию только на некоторой части периметра.

Совершенное сжатие – характеризуется наибольшей кривизной траектории крайних струек вытекающей струи и соответственно максимальным сжатием струи.

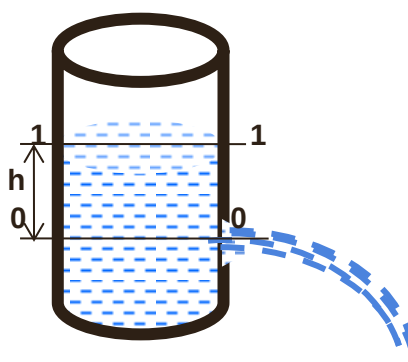
Несовершенное сжатие – наблюдается при более близком, чем $l_1 > 3a; l_2 > 3b$, расположении отверстия к направляющим поток стенкам резервуара.



$$l_1 > 3a; l_2 > 3b$$

2. Истечение жидкости через отверстие

Потенциальная энергия жидкости



Потенциальная энергия в начальном сечении 1-1 или на входе в отверстие

$$E_{\text{вх}} = m \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot p_{\text{атм}}}{\rho} = \frac{m(\rho g h + p_{\text{атм}})}{\rho} = \frac{m \cdot p_{\text{вх}}}{\rho}$$

В сосуде жидкость практически не движется, кинетическая энергия равна нулю. При переходе от сечения 1-1 к сечению 0-0 происходит превращение потенциальной энергии положения в потенциальную энергию давления.

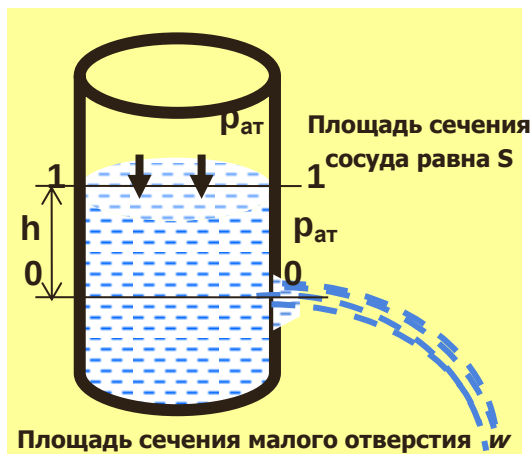
Потенциальная энергия на выходе из отверстия:

$$E_{\text{вых}} = \frac{m \cdot p_{\text{вых}}}{\rho} = \frac{m \cdot p_{\text{атм}}}{\rho}$$

Напор истечения

Напор истечения – разность потенциальных энергий единицы веса жидкости на входе и выходе

Истечение при постоянном напоре означает истечение при постоянной разности давлений Δp



Напор истечения:

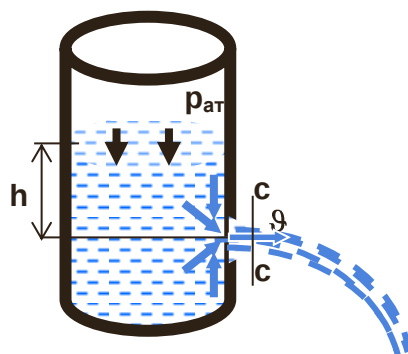
$$H = \frac{E_{\text{вх}} - E_{\text{вых}}}{mg} = h = \frac{\rho gh}{\rho g} = \frac{p_{\text{вх}} - p_{\text{вых}}}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}$$

Напор постоянен, когда: $S \gg w$ или $Q_{\text{вх}} = Q_{\text{вых}}$

Вывод расчетных зависимостей
(малое отверстие в тонкой стенке)

Основная задача: Определение скорости и расхода вытекающей струи

Струйки подходят к отверстию со всех сторон. Сила инерции вертикальных струек сжимает ядро струи и появляется на выходе сжатое сечение с-с (на расстоянии приблизительно $0,5 d$ от стенки сосуда).



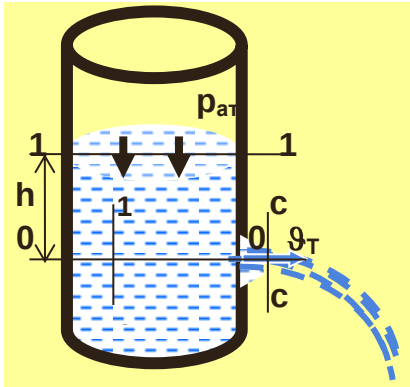
Малое отверстие – его высота d не превосходит $0,1$ напора h над центром отверстия. При этом напор в отверстии постоянен по всему сечению

Скорость и расход определяются в сжатом сечении струи

Определение теоретической скорости и теоретического расхода (идеальная жидкость)

Основа расчета – законы сохранения массы и энергии

В идеальной жидкости не возникают силы трения и силы инерции, поэтому нет гидравлических сопротивлений и энергии жидкости на входе и выходе из отверстия равны.



Закон сохранения энергии

$$\frac{m \cdot p_{вх}}{\rho} = \frac{m \cdot p_{вых}}{\rho} + \frac{m g^2}{2}$$

Теоретическая скорость

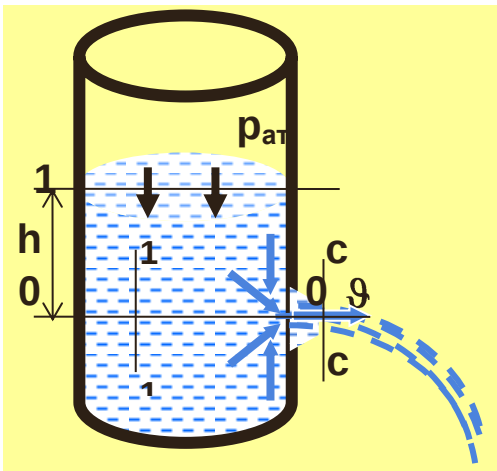
$$g_T = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

Теоретический расход

$$Q_T = g_T \cdot w = w \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

Истечение реальной жидкости

Основа расчета – законы сохранения массы и энергии



В реальной жидкости возникают:

1. Потери энергии из-за сил трения – это приводит к уменьшению скорости и, соответственно, расхода;
2. Сжатие струи из-за сил инерции – это приводит к уменьшению расхода.

Коэффициент сжатия струи

$$\varepsilon = \frac{w_c}{w}$$

w_c - площадь сжатого сечения

w - площадь отверстия

Определение скорости и расхода
(реальная жидкость)

Закон сохранения энергии

$$\frac{m \cdot p_{вх}}{\rho} = \frac{m \cdot p_{вых}}{\rho} + \frac{m g^2}{2} + \Delta E$$

Действительная скорость

$$g = \varphi \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

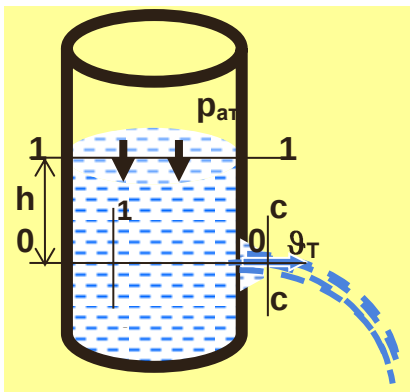
$\varphi < 1$ – коэффициент скорости

Действительный расход

$$Q = g \cdot w_c = \varphi \cdot \varepsilon \cdot w \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \mu \cdot w \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad \mu < 1 \text{ – коэффициент расхода}$$

Определение скорости

(реальная жидкость, использование уравнения Бернулли)



Уравнение Бернулли для сечений 1-1 и c-c

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 g_1^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c g_c^2}{2g} + h_{1-c}$$

$$z_1 = h; \quad p_1 = p_{at}; \quad g_1 = 0;$$

$$z_c = 0; \quad p_c = p_{at};$$

$$g_c = ? - \text{определяется}; \quad \alpha_c = 1;$$

$$h_{1-c} = h_{ex} = \xi_{ex} \cdot g_c^2 / 2g - \text{потери на вход в отверстие}$$

Скорость в сжатом сечении струи

$$\sqrt{2gh} = \varphi \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$\varphi < 1$ – коэффициент скорости

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{ex}}}$$

Определение расхода (реальная жидкость, использование уравнения Бернулли)

Расход – количество жидкости, протекающее через сечение струи в единицу времени

Расход – равен произведению скорости в сечении потока на площадь сечения

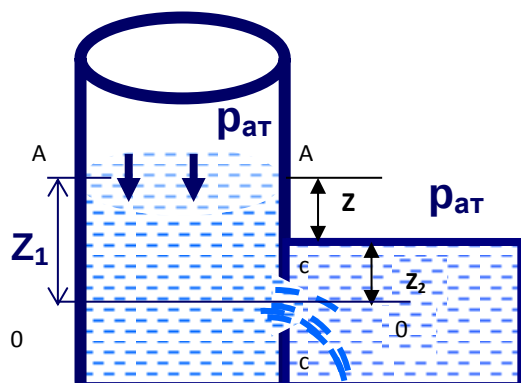
$$Q = g_c \cdot w_c = \varphi \cdot \varepsilon \cdot w \sqrt{2gh} = \mu \cdot w \sqrt{2gh} = \mu \cdot w \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$\mu = \varphi \cdot \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{\text{вх}}}} \cdot \varepsilon$$

$\mu < 1$ – коэффициент расхода, учитывает влияние сил трения и сил инерции

Истечение жидкости через малое затопленное отверстие с острой кромкой

При истечении через отверстие под уровень жидкости отверстие называется затопленным

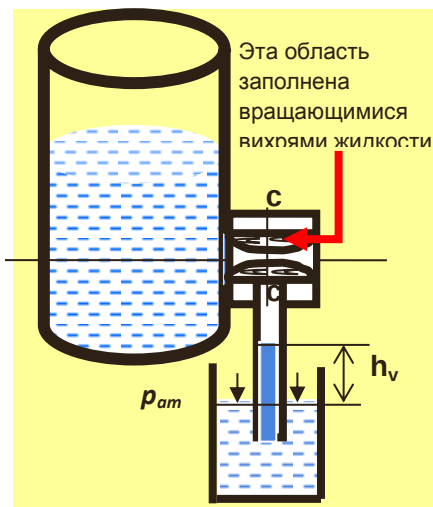


Скорость в сжатом сечении $v_c = \varphi \sqrt{2gZ}$

Расход, проходящий через затопленное отверстие $Q = \varepsilon \varphi w \sqrt{2gZ} = \mu w \sqrt{2gZ}$

3. Истечение жидкости через насадок

Особенности истечения через насадок



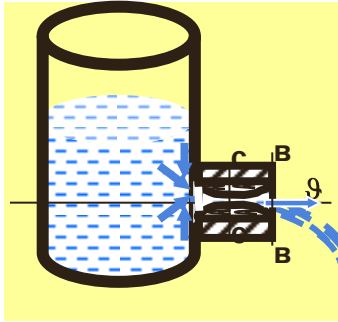
Насадок – короткая трубка, приставленная к отверстию в стенке, внутренний диаметр которой равен диаметру отверстия.

В насадке возникают дополнительные (по сравнению с отверстием) потери энергии на вихреобразование.

Давление внутри насадка меньше атмосферного.

Всасывающий эффект насадка

Применяем законы сохранения массы и энергии к сечениям с-с и в-в



$$g_c \cdot w_c = g_b \cdot w_b = Q = const; w_c < w_b \Rightarrow g_c > g_b.$$

$$z_c + \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c g_c^2}{2g} = z_b + \frac{p_b}{\rho g} + \frac{\alpha_b g_b^2}{2g} + h_{c-b}$$

Внутри насадка давление меньше атмосферного! – за счет этого жидкость дополнительно подсасывается в насадок. Это увеличивает скорость в сжатом сечении и расход жидкости.

ПРАВИЛО: Если каким угодно способом уменьшить давление в сечении потока, то скорость в этом сечении возрастет.

Образование вихрей внутри насадка

Закон сохранения объёмного расхода:

$$g_c \cdot w_c = g_b \cdot w_b = Q = const; w_c < w_b \Rightarrow g_c > g_b.$$

Закон сохранения энергии:

$$g_c > g_b \Rightarrow p_c < p_b; p_b = p_{atm} \Rightarrow p_c < p_{atm}$$

Жидкость внутри насадка движется от сечения с-с к сечению в-в с большим давлением.

Однако частицы жидкости у стенки после расширения струи имеют малую скорость и не могут противиться силе, толкающей их обратно. Они поворачивают назад, где сталкиваются с движущейся вперед струей жидкости. Так образуются вихри. На образование и вращение вихрей затрачивается энергия жидкости. В результате потери энергии в насадке больше, чем в отверстии и выходная скорость меньше.

Жидкость всегда движется от уровня с большим запасом полной энергии (кинетической + потенциальной). В сечении с-с полная энергия больше, чем в сечении в-в.

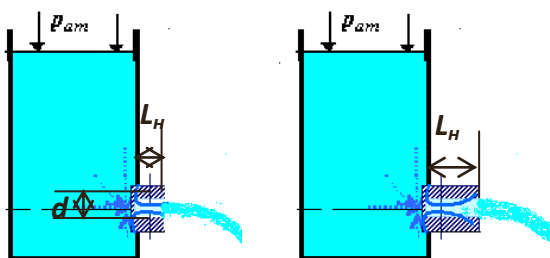
Условия нормальной работы насадка

Если внутри насадка отсутствует зона разрежения, он работает как отверстие

Недостаточная длина насадка для того, чтобы струя успела расшириться:

$$L_H > 2d$$

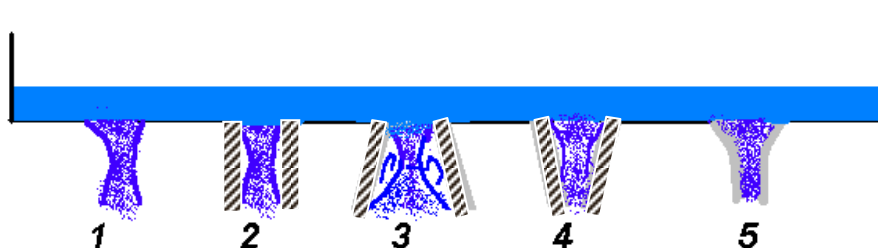
$$L_H < 8d$$



В длинном насадке расход уменьшается из-за потерь по длине

$$2d < L_H < 8d$$

Виды насадок и области их применения



1. Отверстие;

2. Внешний цилиндрический насадок. Из-за разницы площадей выходного и сжатого сечения появляется всасывающий эффект – (давление $p_c < p_{atm}$) и увеличение расхода по сравнению с отверстием;

3. Диффузор – расходящийся насадок. Больше разницы площадей сжатого и выходного сечений, больше разницы скоростей и давлений. Минимальное давление в сжатом сечении – $p_c = p_{c.min}$ и максимальный расход при истечении;

4. Конфузор – увеличивает выходную скорость;

5. Коноидальный насадок – очерчен по форме вытекающей струи. Нет потерь и сжатия струи. Трудности изготовления.

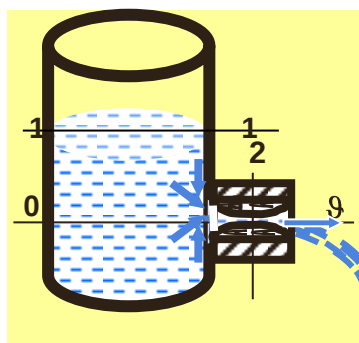
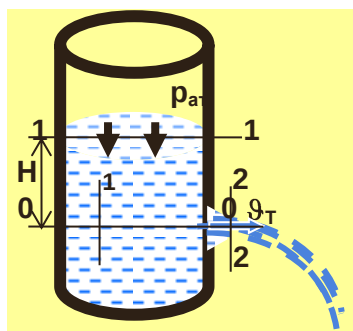
Осредненные данные параметров для больших чисел Рейнольдса при истечении через насадок или отверстие

Отверстие и насадок	φ	μ	$\mu\varphi^2$	$\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - 1$
Отверстие в тонкой стенке	0,97	0,62	0,583	0,06
Внешний цилиндрический насадок	0,82	0,82	0,551	0,49
Конический сходящийся насадок (13°)	0,97	0,95	0,894	0,06
Коноидальный насадок	0,97	0,97	0,913	0,06
Конический расходящийся	0,45	0,45	0,091	3,94

насадок (для выходного сечения)				
------------------------------------	--	--	--	--

4. Сравнение истечения через отверстие и внешний цилиндрический насадок

2-2 – сжатое сечение струи



$$Q_2 = g_2 \cdot w_2$$

$$g_2 = \varphi \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_2)}{\rho}}$$

$$g_{2нас} > g_{2отв}$$

$$Q_{2нас} > Q_{2отв}$$

$$p_2 = p_{ат}$$

$$p_2 < p_{ат}$$

$$g_{2отв} = \varphi \sqrt{\frac{2(p_{ат} + \rho g H - p_{ат})}{\rho}}$$

$$g_{2нас} = \varphi \sqrt{\frac{2(p_{ат} + \rho g H - p_c)}{\rho}}$$

Из-за образования вихрей внутри насадка выходная скорость при истечении из него меньше, чем из отверстия. Но расход больше из-за всасывающего эффекта. Насадок примерно на 30% увеличивает расход и на 15% уменьшает выходную скорость истечения.

Рекомендации для расчетов

$$g = \varphi \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad Q = \mu \cdot w \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad \Delta p = p_{вх} - p_{вых}$$

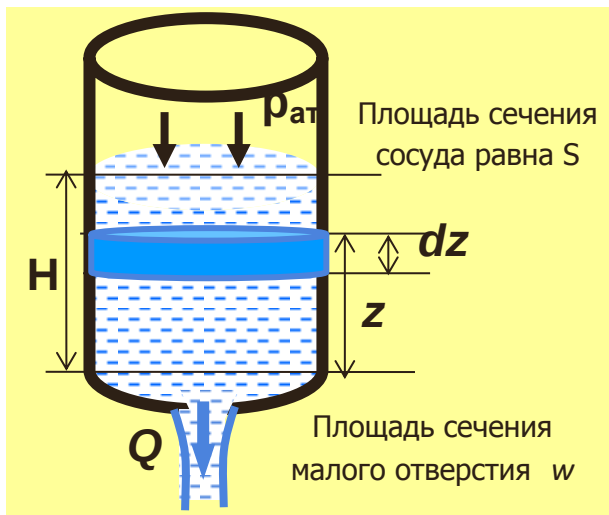
$$g_{нас} < g_{отв} ; \varphi_{нас} < \varphi_{отв}$$

$$g_{отв} = \varphi_{отв} \sqrt{\frac{2(p_{ат} + \rho g H - p_{ат})}{\rho}} \quad Q_{отв} = \varphi_{отв} \cdot \varepsilon \cdot w \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \mu_{отв} \cdot w \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$g_{нас} = \varphi_{нас} \sqrt{\frac{2(p_{ат} + \rho g H - p_{ат})}{\rho}} \quad Q_{нас} = \varphi_{нас} \cdot w \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \mu_{нас} \cdot w \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

5. Истечение жидкости при переменном напоре

Задача: определить время опорожнения резервуара от жидкости



Способ 1

$$Qdt = -Sdz$$

$$Q = \mu \cdot w \sqrt{2gz}$$

$$\int_0^T dt = - \int_H^0 \frac{dz}{\mu \cdot w \sqrt{2gz}}$$

$$T = \frac{2S \cdot \sqrt{H}}{\mu \cdot w \sqrt{2g}} = \frac{2S \cdot H}{\mu \cdot w \sqrt{2gH}}$$

Способ 2

$$T = \frac{S \cdot H}{Q_{cp}} = \frac{S \cdot H}{\frac{\mu \cdot w \sqrt{2gH} + 0}{2}} = \frac{2S \cdot H}{\mu \cdot w \sqrt{2gH}}$$

Лекция 8.

Гидравлический удар в трубопроводе

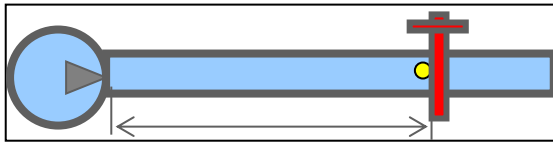
1. Гидравлический удар в трубопроводе
2. Повышение давления при гидроударе
3. Скорость распространения ударной волны
4. Прямой и не прямой гидроудар
5. Меры борьбы с гидроударом

1. Гидравлический удар в трубопроводе

Гидравлический удар – резкое увеличение давления в трубопроводе при внезапной остановке движущейся в нем жидкости.

По своей физической природе представляет собой очень быстротечный колебательный волновой процесс, который характеризуется чередованием резких повышений и понижений давления.

Волна – эстафетная передача возмущения от одной частицы к другой.



При этом сначала остановится слой жидкости непосредственно у крана. Вследствие перехода кинетической энергии в потенциальную давление в этом слое увеличится. Так как жидкость сжимаема, то остановка всей её массы в трубопроводе не происходит мгновенно. Граница объёма остановленной жидкости перемещается вдоль трубопровода.

$$c = \frac{l}{t_0}$$

Скорость распространения ударной волны

$$T = 2t_0 = \frac{2l}{c}$$

Фаза гидроудара

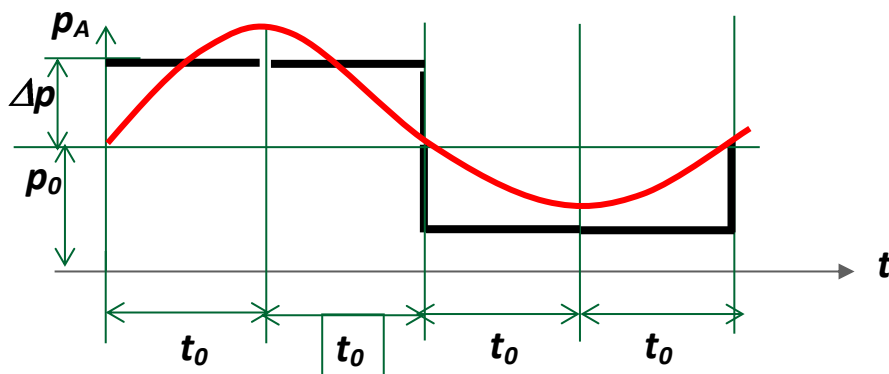
Вследствие гидравлических сопротивлений в реальных условиях гидроудар – затухающий колебательный процесс.

При внезапном закрытии крана скорость частиц жидкости, натолкнувшихся на кран, уменьшается до нуля, и их кинетическая энергия превращается в работу деформации стенок трубы и жидкости. Жидкость сжимается и давление в ней увеличивается на величину $\Delta p_{уд}$, а стенки трубы растягиваются. При этом освобождается некоторый малый объём (незначительный), благодаря которому второй слой жидкости имеет возможность продвинуться по направлению к крану, и его остановка происходит не одновременно с первым, а через некоторый промежуток времени. После остановки второго слоя в нём происходят аналогичные явления и так далее по всей длине трубопровода L . Таким образом, несмотря на мгновенное закрытие крана, остановка всей жидкости в трубопроводе произойдет через некоторый промежуток времени t_0 .

Рассмотрим, как меняется во времени избыточное давление непосредственно у крана.

В начальный момент времени давление возрастает на величину Δp , и по направлению к насосу возникает волна повышения давления (импульс сжатия).

Импульс сжатия достигнет насоса через время t_0 . К этому времени вся жидкость в трубопроводе будет сжата, а давление равно $p_{уд} = p_0 + \Delta p$.



При этом за насосом возникнет неравновесная ситуация: слева давление p_0 , а справа $p_0 + \Delta p$. Под действием разности давлений жидкость начнет перемещаться справа налево, по направлению к насосу. Этот процесс будет сопровождаться понижением давления в трубопроводе до первоначального значения p_0 , то есть возникнет отраженная волна, которая через промежуток времени t_0 достигает крана. Таким образом, повышенное давление у крана будет существовать в течении времени .

$$T = 2t_0 = \frac{2l}{c}$$

Этот промежуток времени называется фазой гидравлического удара.

Фаза гидравлического удара – это время, за которое ударная волна доходит от крана до источника энергии (насоса или резервуара) и возвращается обратно.

Теоретическое изменение во времени давления в сечении перед краном изображено черным цветом, а красным – **действительная картина** изменения давлений.

На практике давление нарастает и падает не мгновенно и амплитуда колебаний давления уменьшается из-за трения. Такая картина изменения давления имеет место, когда $p_0 > \Delta p_{уд}$ и при снижении давления на $\Delta p_{уд}$ давление в жидкости остается положительным. Если величина p_0 невелика, то давление падает перед краном практически до нуля и начинается кавитация.

Причины возникновения гидравлического удара

- быстрое открытие или закрытие запорных и регулирующих устройств;
- внезапная остановка насоса;
- выпуск воздуха через гидранты на оросительной сети при заполнении трубопроводов водой (в заключительной стадии выпуска воздуха);
- пуск насоса при открытом затворе на нагнетательной линии.

Гидравлический удар, начинающийся с волны повышения давления, называют **положительным**.

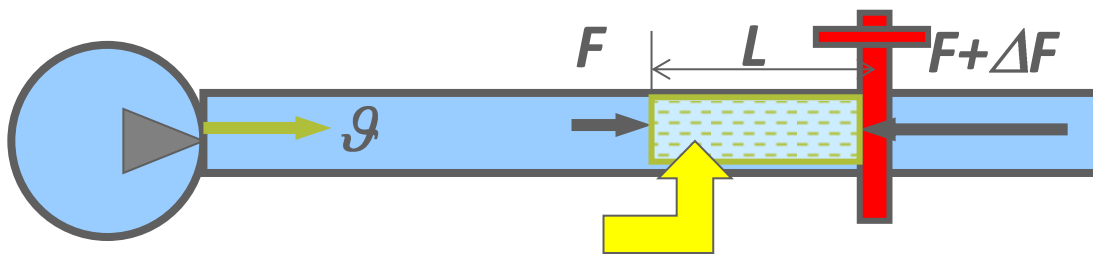
Гидравлический удар, начинающийся с волны понижения давления, называют **отрицательным**.

2. Повышение давления при гидроударе

Впервые исследования гидравлического удара были выполнены Н.Е. Жуковским (1847-1921). Получим формулу для определения величины повышения давления.

Применяем теорему об изменении количества движения:

Изменение количества движения равно импульсу равнодействующей силы



Этот объём жидкости остановился за время t

m – масса остановленной жидкости за время t : $m = \rho V = \rho S L$

$$m(0 - \vartheta) = (F - (F + \Delta F)) \cdot t$$

$$F = p \cdot S$$

$$F + \Delta F = (p + \Delta p) \cdot S$$

$$-\rho \cdot S \cdot L \cdot \vartheta = (p - (p + \Delta p)) S \cdot t$$

$$c = \frac{L}{t}$$

Скорость распространения ударной волны

$$-\rho \cdot \frac{L}{t} \cdot \vartheta = -\Delta p$$

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot \vartheta$$

Формула Жуковского

3. Скорость распространения ударной волны

Скорость распространения ударной волны, как было доказано Н.Е. Жуковским, зависит от упругих свойств жидкости и трубопровода.

Со скоростью звука

$$c = \sqrt{\frac{E_{жс}}{\rho}}$$

устраняются в среде все малые возмущения.

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot g$$

Формула Жуковского

$$c = \frac{L}{t}$$

Скорость распространения ударной волны

$$c = \sqrt{\frac{E_{ж}}{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{E_{ж} \cdot d}{E_{тр} \cdot \delta}}}$$

$E_{ж}$ –модуль упругости жидкости

$E_{тр}$ –модуль упругости материала трубопровода

d –диаметр трубопровода, δ - толщина стенки

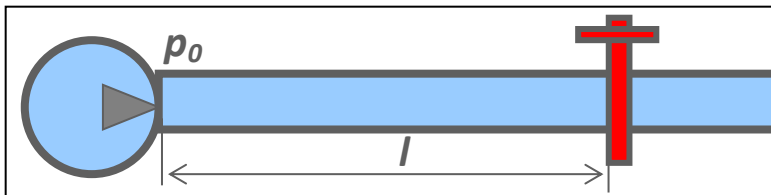
$$E_{тр} \rightarrow \infty \Rightarrow c = \sqrt{\frac{E_{ж}}{\rho}}$$

Скорость ударной волны равна $\approx$ скорости распространения звука в жидкости (для воды 1200м/с)

Если скорость движения жидкости равна 5м/с:

$$\Delta p = 1000 \cdot 1200 \cdot 5 = 6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 6 \text{ МПа}$$

4. Прямой и не прямой удар



$$T = 2t_0 = \frac{2l}{c}$$

T -фаза гидроудара – время, за которое ударная волна дойдет до насоса и вернется обратно.

$$t_{кр} < T$$

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot g$$

-прямой гидроудар (волна дошла до насоса, вернулась обратно, а кран уже закрыт.

Максимальное повышение давления.

$$t_{кр} > T$$

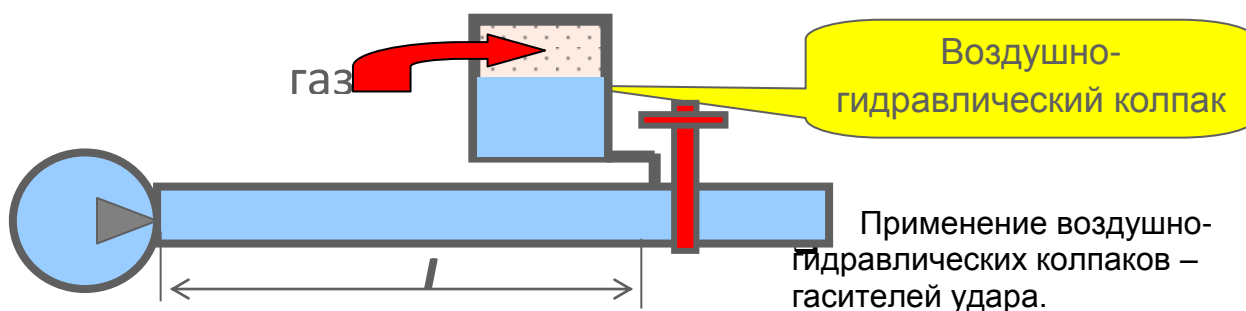
-непрямой гидроудар (волна дошла до насоса, вернулась обратно, а кран еще не закрыт.

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot g \frac{T}{t_{кр}} = \frac{2l \cdot \rho \cdot g}{t_{кр}}$$

Повышение давления меньше, чем при полностью закрытом кране

5. Меры борьбы с гидроударом

- Сброс части жидкости из трубопровода при повышении давления;
- впуск и заземление воздуха (специальные устройства-клапаны);
- впуск воды в трубопровод (из бассейнов, отделенных от трубопроводов обратными клапанами)



При закрытии крана повышение давления одинаково распространяется на жидкость в трубе и в гидравлический колпак. Так как газ легко сжимается, он и воспринимает это увеличение давления, а повышение давления в жидкости оказывается незначительным. Когда по трубе идет волна пониженного давления, газ отдает накопленную энергию, газ расширяется и вытесняет из колпака избыток жидкости.

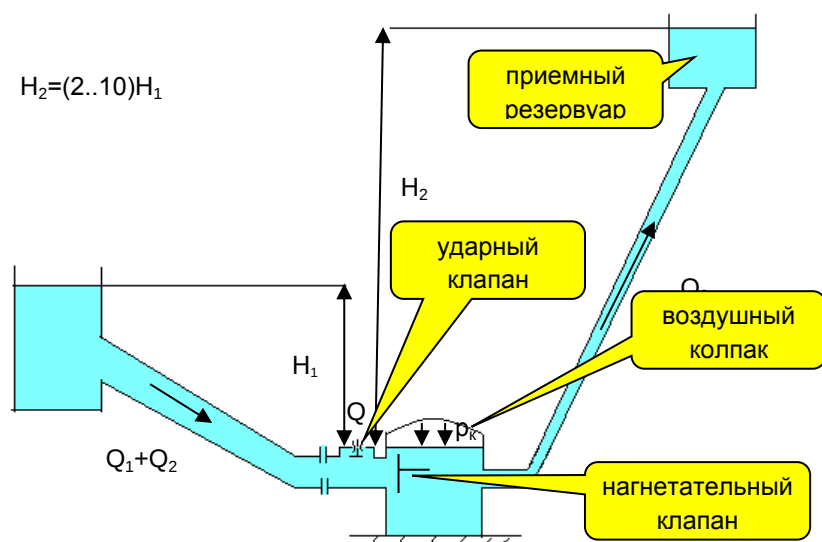
□ Превращение прямого удара в не прямой – медленное закрытие крана

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot g \frac{T}{t_{кр}} = \frac{2l \cdot \rho \cdot g}{t_{кр}}$$

Кран нужно устанавливать в начале трубы

Гидравлический таран

- неэнергоемкий механизм, применяемый обычно для водоснабжения. Процессы, происходящие при гидравлическом ударе, используются для подъема воды.



Список использованной литературы

1. Гидравлика: учебник / Д. В. Штеренлихт. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : КолосС, 2008. - 656 с. ISBN 978-5-9532-0595-5
2. Гиргидов, А. Д. Механика жидкости и газа (гидравлика): Учебник для вузов: учебник / А. Д. Гиргидов. - 2-е изд., исправ. и доп. - С. -П. : СПбГПУ, 2007. - 545 с. ISBN 5-7422-0258-1
3. Гидравлика: учебник / Н. Н. Лапшев. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2010. - 272 с. ISBN 978-5-7695-6714-8
4. Моргунова Н.Л., Богачев Б.В., Скрыбина Л.Ю. Методические указания для выполнения лабораторных работ. Процессы и аппараты пищевых и химических производств, «Экспресс». - Саратов, 2010.-47 с.
5. Кудинов В.А. Техническая гидромеханика: учебное пособие / Кудинов. - М. : Машиностроение, 2008. - 368 с. : ил. - (В для вузов). - ISBN 978-5-217-03396-6
6. Процессы и аппараты пищевых производств: учебник для вузов. В 2-х кн. Кн. 2 / А. Н. Остриков, Ю. В. Красовичкий, А. А. Шевцов ; ред. А. Н. Остриков. - СПб. : ГИОРД, 2007. - 608 с.
7. Раинкина Л.Н. Техническая гидромеханика в вопросах и задачах. – Учебное пособие для студентов вузов. – М.: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, Из-во «Нефть и газ», 2008. – 254 с
8. Кавецкий Г. П., Васильев Б. В. Процессы и аппараты пищевой технологии. - М.: Колос, 2000.-251с.